THESE

présentée

A L'UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE

(PARIS VI)

pour obtenir le

DIPLOME DE DOCTEUR-INGENIEUR

spécialité : Electronique

par

EVELINE HERVE

CONTRIBUTION A L ETUDE DE LA PROPAGATION D ONDES ELASTIQUES DANS UN MATERIAU PIEZOELECTRIQUE ET SEMICONDUCTEUR

Soutenue le Avril 1983
devant la Commission d'Examen

MM	UEBERSFELD	President
	DIEULESAINT	Examinateur
	GAGNEPAIN	Examinateur
	THEOBALD	Examinateur

Je tiens à exprimer ma gratitude aux membres du Jury qui ont bien voulu examiner ce travail :

Le président, Monsieur UEBERSFELD, Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie, grâce à qui j'ai pu obtenir une allocation de recherche DGRST pour la durée de cette thèse.

Monsieur DIEULESAINT, Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie, responsable du laboratoire d'acoustoélectricité.

Monsieur GAGNEPAIN, Directeur du Laboratoire de Physique et Métrologie des Oscillateurs du CNRS à Besançon, qui m'a proposé ce travail et accueillie dans son laboratoire.

Madame THEOBALD, Chargée de Recherche au LPMO.

Je remercie l'ensemble du personnel du LPMO qui a participé à ce travail, notamment :

Monsieur BRENDEL, toujours prêt à donner de judicieux conseils, en particulier dans le domaine de l'informatique.

Madame VALENTIN, pour les nombreuses discussions toujours fructueuses que nous avons eues.

Monsieur COQUEREL qui m'a permis de suivre l'évolution technologique de ce sujet.

Enfin je remercie Christiane HISLEUR, Gilles MARIANNEAU et Régis GRAND qui ont assuré la dactylographie et la reprographie de ce mémoire.

SOMMAIRE

Pages

A/ INTRODUCTION 1

B/ ETUDE DE L'INTERACTION ONDES ELASTIQUES - ELECTRONS DANS UN MATERIAU PIEZOELECTRIQUE ET SEMICONDUCTEUR

I - ETUDE DES DIFFERENTS PHENOMENES RENCONTRES 3

I.1 - Effet piézoélectrique 3

I.2 - Effet semiconducteur 4

I.3 - Ondes de Rayleigh 4

II - EQUATIONS D'EQUILIBRE 6

II.1 - Introduction 6

II.2 - Equation d'équilibre mécanique 6

II.3 - Equation d'équilibre électrique 7

III - CARACTERISTIQUES DE L'ARSENIURE DE GALLIUM 9

IV - ETUDE DE L'INTERACTION ONDES DE VOLUME - ELECTRONS 14

IV.1 - Modèle unidirectionnel 14

IV.2 - Cas de la propagation des ondes de volume suivant la direction [101] 24

V - ETUDE DE L'INTERACTION ONDES DE RAYLEIGH - ELECTRONS 27

V.I - Cas d'une direction quelconque 28

V.2 - Cas de la direction [101] et de la coupe (010) de l'arséniure de gallium 34

VI - CONCLUSION

C/ ETUDE DE L'INTERACTION ONDES ELASTIQUES - ELECTRONS DANS UN MATERIAU PIEZOELECTRIQUE SEMICONDUCTEUR SOUMIS A UN CHAMP ELECTRIQUE EXTERIEUR

I - EQUATIONS D'EQUILIBRE 53

II - CAS DES ONDES DE VOLUME 54

II.1 - Modèle unidirectionnel 54

II.2 - Cas de la propagation des ondes de volume suivant la direction [101] 63

III - CAS DES ONDES DE RAYLEIGH 70

III.1 - Cas d'une direction quelconque 70

III.2 - Cas de la direction [101] et de la coupe (010) de l'arséniure de gallium 72

IV - CONCLUSION 82

D/ **CONCLUSION** 83

BIBLIOGRAPHIE 85

ANNEXE I 87

A/ INTRODUCTION

Le présent travail, effectué dans le cadre du Laboratoire de Physique et Métrologie des Oscillateurs, porte sur la propagation des ondes acoustiques de volume et de surface (ondes de Rayleigh) dans des cristaux piézoélectriques et semiconducteurs.

Lorsqu'une onde élastique se propage dans un milieu piézoélectrique semiconducteur, le caractère piézoélectrique entraîne l'existence d'un champ électrique associé à l'onde, et le caractère semiconducteur entraîne l'existence de porteurs de charge qui peuvent se mouvoir en particulier sous l'effet du champ électrique accompagnant l'onde. L'interaction de l'onde élastique et des charges mises en mouvement modifie la vitesse de propagation de l'onde dans le matériau et son amplitude.

C'est en 1956 que Weinreich [1] étudia l'interaction onde élastique - électrons pour la première fois dans un matériau semiconducteur mais non piézoélectrique. En 1960, A.R. Hutson [2] présenta des effets piézoélectriques dans certains matériaux semiconducteurs et en 1962 avec D.L. White [3], il mit au point un modèle unidirectionnel donnant, en fonction de la fréquence, la vitesse et l'atténuation d'une onde élastique se propageant dans un milieu piézoélectrique et semiconducteur.

Cette étude a été reprise ici pour mettre en évidence le couplage de l'onde élastique avec une onde de charge, puis étendue aux ondes volumiques dans un milieu illimité. De nombreux problèmes sont apparus dans l'étude de l'interaction d'une onde de surface (onde de Rayleigh) avec les électrons de conduction car, dans ce cas, les différentes composantes du déplacement n'ont plus le sens intuitif de composantes parallèles ou normales à la direction de propagation. Pour trouver la combinaison linéaire de ces différentes composantes définissant le vrai déplacement, il faut avoir recours aux conditions aux limites.

Viktorov étudia cette interaction en 1968 dans le sulfure de Cadmium [4] et en 1970 dans l'Arséniure de Gallium [5] mais en négligeant une des composantes du déplacement. Cette approximation n'est valable que dans certains cas précisés ici. Pour tenir compte de toutes les composantes du déplacement, les charges de surface ont été supposées nulles [6], [7], [8].

Lorsqu'une onde élastique se propage dans un milieu piézoélectrique semiconducteur soumis à un champ électrique continu, il peut y avoir dans certains cas amplification de l'onde. Ce sont Hutson McFee et White [9] qui amplifièrent les premiers des ondes élastiques dans ces circonstances et, en 1962, White [10] proposa un modèle unidirectionnel pour expliquer ces phénomènes.

L'interaction onde élastique - électrons dans un matériau semiconducteur piézoélectrique soumis à un champ électrique continu a été étudié dans le cas des ondes de volume puis des ondes de surface (ondes de Rayleigh).

Toutes ces études ont été appliquées à l'Arséniure de Gallium pour une coupe (010) et une direction de propagation [101].

B/ ETUDE DE L'INTERACTION ONDE ELASTIQUE - ELECTRONS DANS UN MATERIAU PIEZOELECTRIQUE ET SEMICONDUCTEUR

Cette étude est réalisée dans les cas où la longueur d'onde élastique est très grande devant le libre parcours moyen des électrons.

I - ETUDE DES DIFFERENTS PHENOMENES RENCONTRES

I.1 - Effet piézoélectrique

La piézoélectricité est la propriété que possèdent certains corps de se polariser électriquement sous l'action d'une force mécanique (effet direct) et de se déformer lorsqu'un champ électrique leur est appliqué (effet inverse). Dans le cas de l'effet direct la polarisation est proportionnelle à la contrainte et change de signe avec elle et, dans le cas de l'effet inverse, la contrainte est proportionnelle au champ électrique polarisant.

Ce sont Pierre et Jacques Curie qui découvrirent en 1880 que, en comprimant certains cristaux dans des directions particulières, des charges positives et négatives apparaissaient sur certaines régions de la surface, les charges étant proportionnelles à la pression et disparaissant avec elle. En 1881, Lippmann affirma que d'après certains principes thermodynamiques, un effet inverse devait exister. Cet effet fut mis en évidence par les frères Curie avant la fin de l'année 1881. La formulation des phénomènes piézoélectriques a surtout été mise au point par Voigt [11].

I.2 - Effet semiconducteur

Un cristal ayant seulement des bandes complètement remplies ou entièrement vides est un isolant parfait. Cela est vérifié au zéro absolu où le cristal est dans son état d'énergie le plus faible.

Pour des températures différentes de zéro, des électrons de la bande occupée la plus haute (bande de valence) sont thermiquement excités et passent dans la bande vide la plus basse (bande de conduction). La conduction devient possible.

L'importance de la conductivité dépend donc de la température et de la largeur de la bande interdite séparant la bande de valence de la bande de conduction.

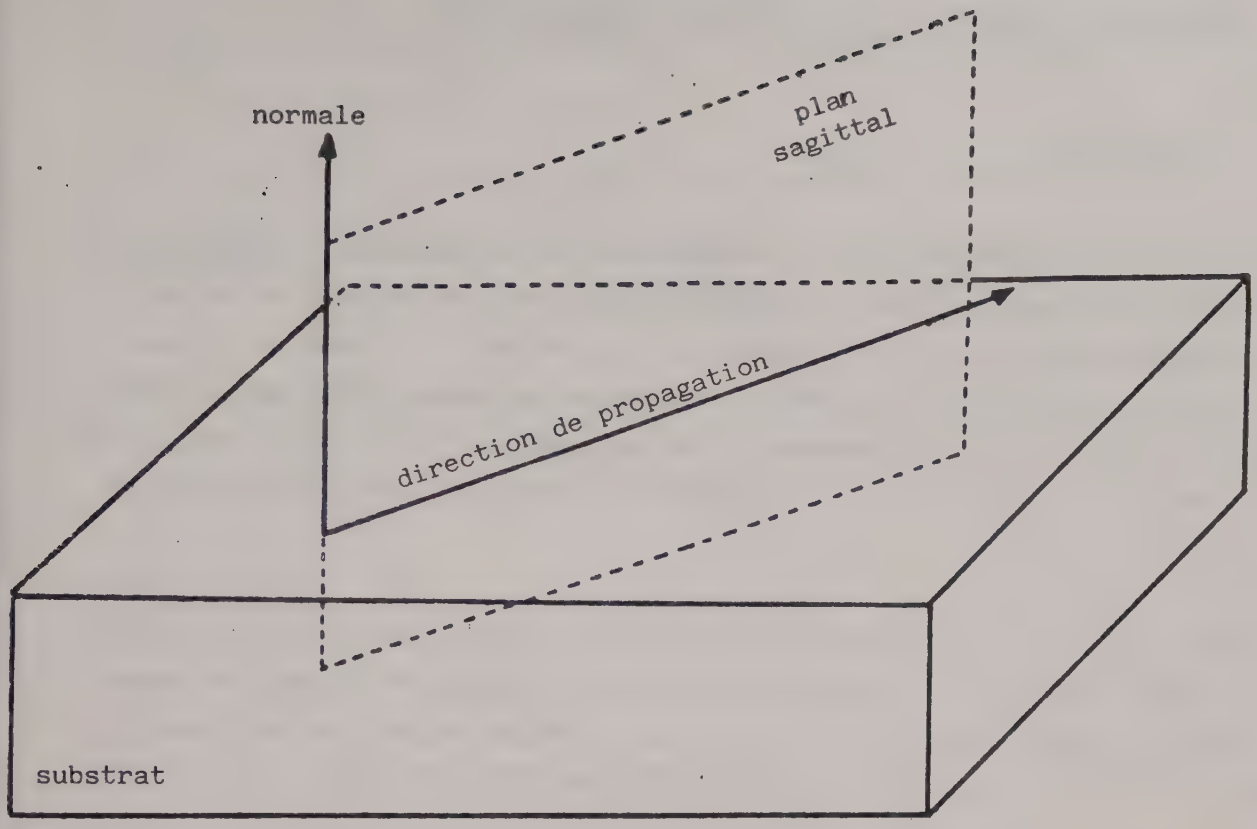
Pour une faible bande interdite (2 ou 3 eV ou moins) la conduction à la température ambiante devient non négligeable et le cristal est alors appelé semiconducteur intrinsèque.

Lorsqu'un semiconducteur est dopé par des impuretés chimiques de type donneur, les électrons de conduction proviennent essentiellement de l'ionisation des atomes d'impureté. L'application d'un champ électrique assure un déplacement ordonné des électrons de conduction et crée un gradient de concentration qui entraîne une diffusion des porteurs de charge.

I.3 - Ondes de Rayleigh

En 1885, Rayleigh montra que des ondes acoustiques peuvent se propager en restant confinées près de la surface libre d'un corps isotrope semi-infini, leur amplitude décroissant rapidement lorsqu'elles pénètrent dans le milieu [12].

Dans le cas de la propagation d'une onde de Rayleigh dans un milieu isotrope, le déplacement des particules est contenu dans le plan, formé par la direction de propagation et la normale à la surface libre, appelé plan sagittal. Au passage de l'onde de Rayleigh, le mouvement des particules est elliptique quelle que soit la profondeur.



Lorsque l'onde de Rayleigh se propage dans un milieu anisotrope, le déplacement correspondant a en général 3 composantes et est une combinaison linéaire de trois modes partiels. L'amplitude de chaque onde partielle ne varie plus en profondeur comme une exponentielle mais comme le produit d'une exponentielle par une fonction trigonométrique (onde de Rayleigh généralisée).

Lorsque le milieu est piézoélectrique, l'onde est accompagnée par un champ électrique, ce qui permet d'exciter l'onde au moyen d'électrodes métalliques déposées sur la surface. Le déplacement correspondant à l'onde est alors en général une combinaison linéaire de 4 modes partiels.

Dans les cristaux piézoélectriques et semiconducteurs, l'onde interagit avec les électrons de conduction. Son amplitude et sa vitesse sont alors modifiées. L'onde se décompose généralement en 5 modes partiels.

II - EQUATIONS D'EQUILIBRE DANS L'APPROXIMATION LINEAIRE

II.1 - Introduction

Dans un matériau piézoélectrique, la dépendance entre grandeurs mécaniques et grandeurs électriques entraîne un couplage entre ondes élastiques et ondes électromagnétiques. Cela va se manifester, dans le cas d'un matériau piézoélectrique et semiconducteur, par l'introduction de termes contenant le champ électrique dans l'équation fondamentale de la dynamique et de termes contenant la déformation élastique dans les équations de Maxwell et de conservation des charges.

Les ondes élastiques et le champ électrique qui les accompagnent se propagent à une vitesse faible ($\simeq 10^{-5}$ fois) relativement à celles des ondes électromagnétiques. Le champ électrique va donc créer un champ magnétique négligeable. Il peut donc être considéré comme quasi-statique.

La propagation des ondes élastiques se traite donc de manière indépendante.

II.2 - Equation d'équilibre mécanique

Notation $(\frac{\partial}{\partial t})$ sera noté $(\dot{})$ et

$(\frac{\partial}{\partial x_n})$ sera noté $(_{,n})$

Les ondes élastiques sont des ondes de matière. Leur propagation est régie par l'équation fondamentale de la dynamique :

$$\rho \ddot{u}_i = T_{ij,j} \qquad i \in \{1,2,3\} \qquad \text{(II-1)}$$

avec ρ masse volumique du matériau

u_i composante du déplacement suivant l'axe i

T_{ij} composantes du tenseur des contraintes.

Or dans un matériau piézoélectrique, la contrainte s'écrit :

$$T_{ij} = C_{ijk\ell}\, u_{k,\ell} - e_{kij}\, E_k \qquad \text{(II-2)}$$

avec $C_{ijk\ell}$ composantes du tenseur des rigidités élastiques

e_{kij} constantes piézoélectriques

E_k composantes du champ électrique

Dans le cas de l'approximation quasi-statique :

$$\vec{\text{rot}}\ \vec{E} = 0$$

le champ $\vec{E}$ dérive d'un potentiel scalaire ϕ :

$$\vec{E} = -\ \vec{\text{grad}}\ \phi$$

L'équation d'équilibre mécanique devient donc :

$$\boxed{\rho \ddot{u}_i = C_{ijk\ell}\, u_{k,j\ell} + e_{kij}\, \phi_{,jk}} \qquad i \in \{1,2,3\} \qquad \text{(II-3)}$$

II.3 - Equation d'équilibre électrique

Soit Q_o la charge par unité de volume à l'équilibre et Q la charge à l'instant t résultant de la propagation de l'onde.

Pour un semiconducteur de type n :

$$Q_o = -\ n_o q \qquad \text{(II-4)}$$

$$Q = -\ nq = -(n_o + n_s)q \qquad \text{(II-5)}$$

q est la charge de l'électron

n_o est la densité des électrons à l'équilibre

n_s est l'écart de cette densité par rapport à l'équilibre

n est la densité totale des électrons hors de l'équilibre

L'induction électrique de composantes $\mathcal{D}_i$

$$\mathcal{D}_i = e_{ik\ell}\, u_{k,\ell} + \varepsilon_{ik}\, E_k \qquad \text{(II-6)}$$

avec ε_{ik} composantes du tenseur de permittivité,

satisfait à l'équation de Gauss :

$$\mathcal{D}_{i,i} = Q - Q_o \qquad \text{(II-7)}$$

La densité de courant électrique j satisfait à l'équation de conservation des charges :

$$j_{m,m} + \dot{Q} = 0 \qquad \text{(II-8)}$$

et est composée de deux termes :

$$\vec{j} = \vec{j}_E + \vec{j}_D \qquad \text{(II-9)}$$

$\vec{j}_E = \sigma\vec{E}$ représente le courant de dérive.

La conductivité σ s'exprime en fonction de la mobilité μ et de la concentration n des électrons :

$$\sigma = nq\mu = (n_o + n_s)q\mu \qquad \text{(II-10)}$$

En fait, l'onde perturbe aussi l'état d'équilibre des électrons liés, dont les niveaux se situent dans la bande interdite. Ces électrons contribuent à la charge d'espace mais ne participent pas à la conduction. Seule la fraction f des charges d'espace présentes dans la bande de conduction donne naissance au courant de conduction :

$$\vec{j}_E = (n_o + f\, n_s)\, q\, \mu\, \vec{E}$$

Dans cette étude, f sera supposé égal à 1, c'est-à-dire que la charge d'espace est due seulement aux électrons de la bande de conduction [3].

$j_{Di} = q\, D\, (\partial n/\partial x_i)$ représente le courant de diffusion. Il apparaît à la suite de la diffusion des porteurs de charge dont la répartition au sein du milieu n'est pas homogène.

Les composantes de la densité de courant s'expriment donc sous la forme :

$$J_m = nq\mu E_m + qD \frac{\partial n}{\partial x_m}$$

La relation d'Einstein permet de relier la mobilité et le coefficient de diffusion D :

$$D = \frac{kT\mu}{q} \qquad \text{(II-11)}$$

k constante de Boltzmann

T température en degré Kelvin

En remplaçant j par sa valeur dans l'équation de conservation des charges, II-8 devient :

$$Q\mu\phi_{,nn} - D\,Q_{,nn} + \dot{Q} = 0 \qquad \text{(II-12)}$$

Cette équation est non linéaire par l'intermédiaire du terme $Q\phi_{,n}$ qui s'écrit encore $(Q_o+Q-Q_o)\phi_{,n}$. Si l'excitation est sinusoïdale, $(Q-Q_o)\phi_{,n}$ aura des composantes aux fréquences 0 et 2ω et par conséquent n'aura pas d'influence à la fréquence fondamentale. Dans le cas de l'étude de l'onde à la fréquence fondamentale, $(Q-Q_o)\phi_{,n}$ sera négligé. En utilisant l'équation de Gauss et en remplaçant Q_o et par leurs valeurs, l'équation (I-12) s'écrit :

$$\boxed{-n_o q\mu\phi_{,nn} - D\,(e_{ik\ell}\,u_{k,\ell inn} - \varepsilon_{ik}\,\phi_{,kinn}) + (e_{ik\ell}\,\dot{u}_{k,\ell i} - \varepsilon_{ik}\,\dot{\phi}_{,ki}) = 0}$$

(II-13)

III - CARACTERISTIQUES DE L'ARSENIURE DE GALLIUM

L'arséniure de gallium est un composé semiconducteur III-V de structure cristalline du type "blende de zinc" (groupe ponctuel $\bar{4}3m$). Son réseau peut être considéré comme la superposition de deux sous-réseaux cubiques à faces centrées décalés l'un par rapport à l'autre de 1/4, 1/4, 1/4 (cf. figure ci-après).

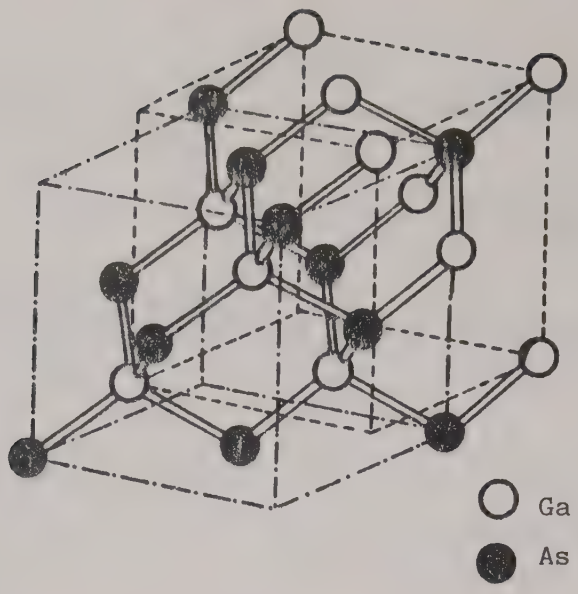
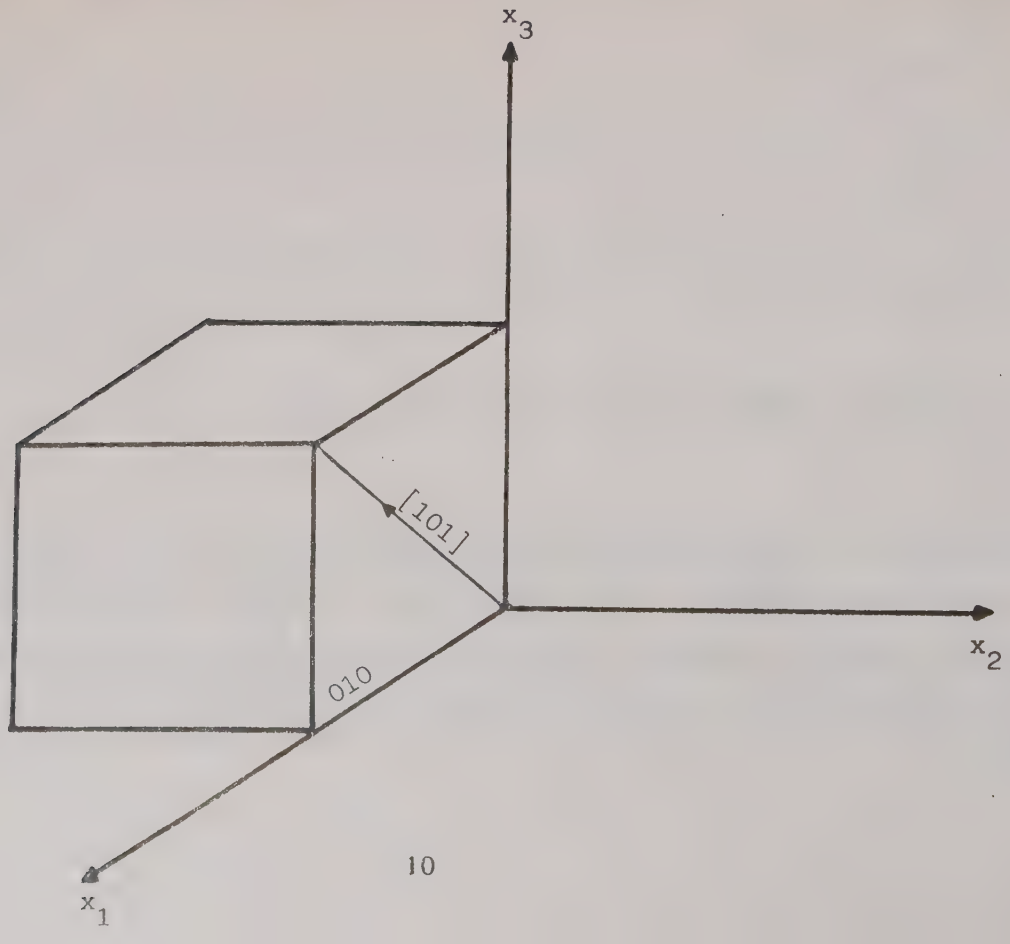


Fig. B-1

Structure cristalline de GaAs

La cellule unité est constituée d'un atome de gallium et d'un atome d'arsenic. La figure B-1 montre qu'aucun atome n'est centre d'inversion du cristal.



La coupe (010) associée à la direction de propagation [101] présente un coefficient de couplage électromécanique important :

$$K_s^2 = 0{,}07\ 10^{-2} \quad (13)$$

Ce cas a été choisi ici pour les applications.

La résistivité et la mobilité des électrons décroissent lorsque la concentration d'impuretés augmente.

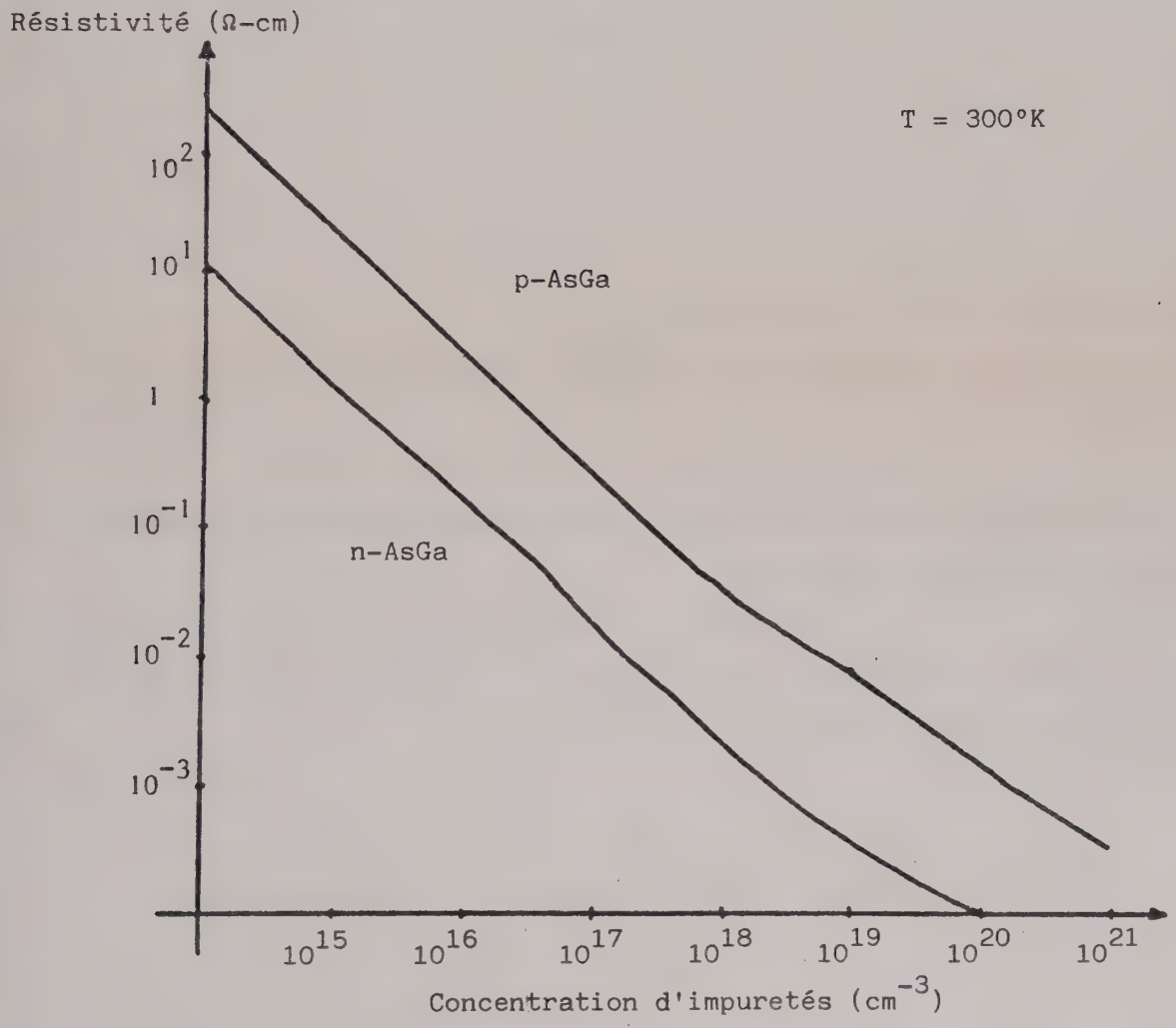


Fig. B-2 [14]

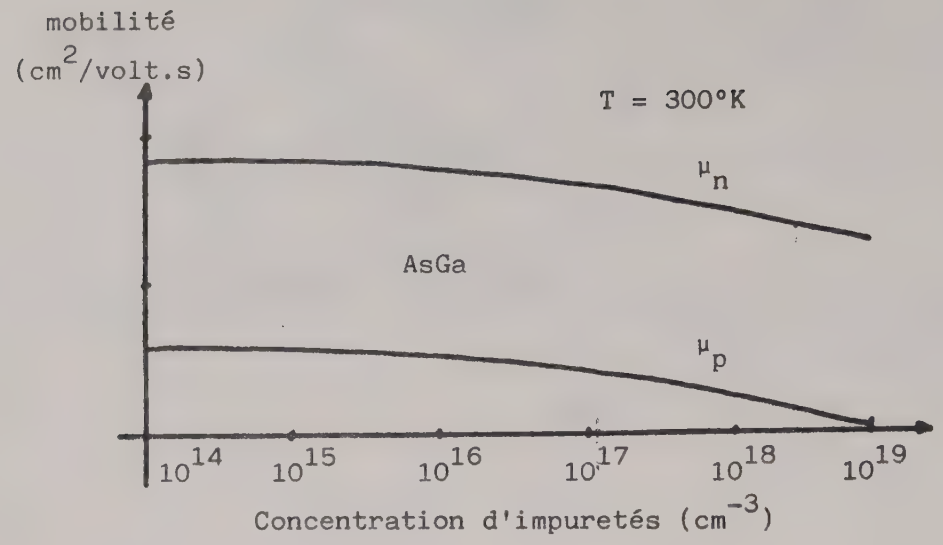


Fig. B-3 [14]

Le courant de dérive des porteurs est donné par :

$j_E = ne\ v_d$ $\quad$ v_d vitesse de dérive des électrons

avec $v_d = \mu E$

Si le champ électrique appliqué est trop fort, la concentration n et la mobilité μ des électrons sont modifiées.

La vitesse de dérive des électrons n'est plus proportionnelle au champ électrique. La courbe suivante correspond à de l'AsGa pur.

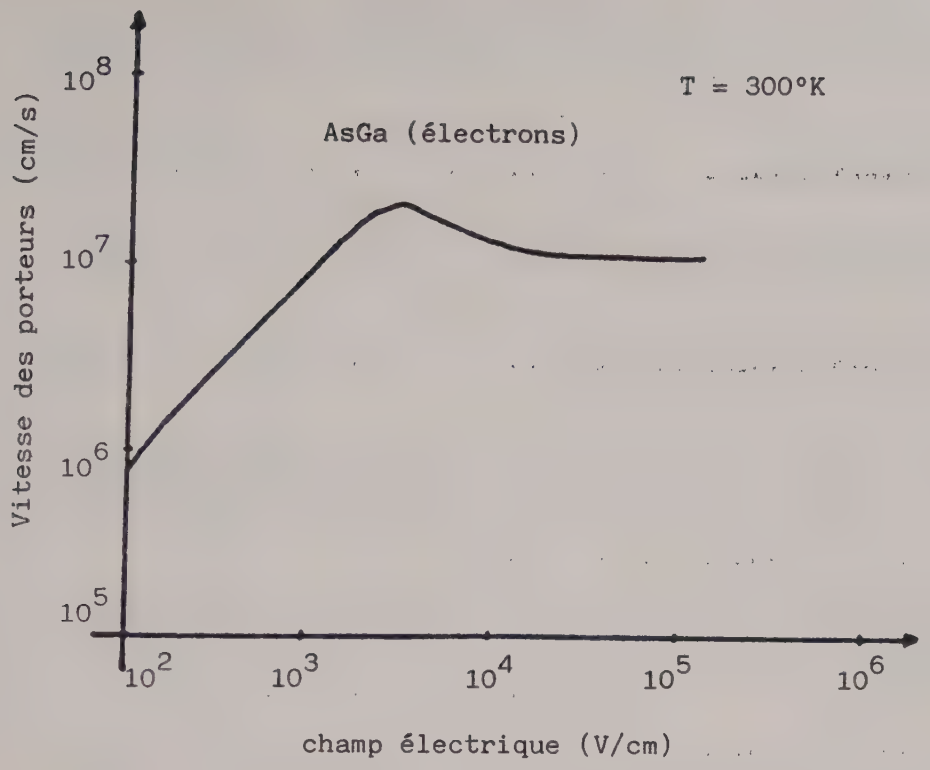


Fig. B-4 [14]

Pour des échantillons dopés, la droite obtenue pour des champs faibles est plus basse.

La loi d'Ohm a toujours été supposée valable au cours de cette d'étude.

Les différentes valeurs physiques caractéristiques de l'AsGa sont données en Annexe I.

IV - ETUDE DE L'INTERACTION ONDES DE VOLUME ELECTRONS

IV.1 - Modèle unidimensionnel

IV.1.a - Etablissement du modèle

- cas d'un corps purement élastique

Si une onde se propage dans un matériau élastique, le déplacement u correspondant à cette onde vérifie l'équation d'équilibre mécanique (II-3) qui s'écrit dans ce cas :

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Cette équation des ondes admet comme solution une onde acoustique plane se propageant à une vitesse $V_o = \sqrt{c/\rho}$ et de nombre d'onde :

$$k_o = \omega / V_o$$

- cas d'un matériau piézoélectrique

Le déplacement u et le potentiel ϕ correspondant à l'onde doivent vérifier les équations d'équilibre mécanique (II-3) et électrique (II-13) :

$$(S) \quad \begin{cases} \rho \dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + e \dfrac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \\ e \dfrac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} - \varepsilon \dfrac{\partial^3 \phi}{\partial x^2 \partial t} = 0 \end{cases}$$

Dans le cas de solution harmonique, la deuxième équation du système (S) s'écrit :

$$e \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \varepsilon \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0$$

donc $$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{e}{\varepsilon} \frac{\partial u}{\partial x^2}$$

En remplaçant $\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}$ par sa valeur et en divisant par ρ, la première équation du système devient :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{c}{\rho}\left(1 + \frac{e^2}{\varepsilon c}\right)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

La vitesse de l'onde est :

$$V = \sqrt{\frac{c}{\rho}\left(1 + \frac{e^2}{\varepsilon c}\right)}$$

mais en général $e^2/\varepsilon c$ est faible devant 1. L'effet piézoélectrique modifie donc très légèrement la vitesse de l'onde. L'onde n'est pas atténuée et se propage avec une amplitude constante.

- cas d'un matériau piézoélectrique et semiconducteur

Les équations d'équilibre mécanique (II-3) et électrique (II-13) s'expriment dans ce cas sous la forme :

(T)

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + e \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \qquad \text{(IV-1)}$$

$$-\sigma_o \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - De \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + D\varepsilon \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} + e \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial x^2} - \varepsilon \frac{\partial^3 \phi}{\partial x^2 \partial t} = 0 \qquad \text{(IV-2)}$$

Pour résoudre ce système de deux équations aux dérivées partielles d'ordre 4, il faut préciser la forme de u et de ϕ. Dans le cas de solution harmonique u et ϕ se mettent sous la forme :

$$u = u_1 e^{j(\omega t - kx)}$$

$$\phi = \phi_1 e^{j(\omega t - kx)}$$

avec $k = k_o (1 + a + jb)$.

a correspondant à une modification de vitesse $a = -\Delta V/V$, $k_0 b$ définit un coefficient d'atténuation, en effet la solution s'écrit :

$$u = u_1 e^{j[\omega t - k_0(1+a+jb)x]} = U_1 e^{k_0 b x} e^{j[\omega t - k_0(1+a)]}$$

$$\phi = \phi_1 e^{j[\omega t - k_0(1+a+jb)x]} = \phi_1 e^{k_0 b x} e^{j[\omega t - k_0(1+a)]}$$

Le coefficient $k_0 b$ sera par la suite noté α, $\alpha = k_0 b < 0$.
Il est utile de poser :

$\omega_c = \frac{\sigma_0}{\varepsilon}$ pulsation diélectrique

$\omega_D = \frac{V_0^2}{D}$ pulsation de diffusion

$K^2 = \frac{e^2}{\varepsilon c}$ coefficient de couplage électromécanique

(en fait $\frac{e^2}{\varepsilon c} = \frac{K^2}{1-K^2}$ mais K^2 est faible devant 1 donc $\frac{e^2}{\varepsilon c} \simeq K^2$)

En remplaçant u et ϕ par leurs expressions dans le système (T), (T) devient un système de deux équations à deux inconnues u_1 et ϕ_1, linéaires.

L'annulation du déterminant de ce système fournit la relation de dispersion :

$$k^4 D(1+K^2) + k^2\left[j\omega(K^2+1)+\omega_c - \frac{\omega^2}{\omega_D}\right] - \frac{\omega^2\omega_c}{\omega_D D} - \frac{j\omega^3}{\omega_D D} = 0 \qquad (D)$$

Cette équation possède deux solutions correspondant à des ondes de natures différentes. La première correspond à l'onde élastique modifiée $k \simeq k_0$.

La variation de vitesse de l'onde est donnée par :

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{k^2}{2} \frac{1 + \frac{\omega}{\omega_D}\left(\frac{\omega_c}{\omega} + \frac{\omega}{\omega_D}\right)}{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega} + \frac{\omega}{\omega_D}\right)^2}$$

et l'atténuation par :

$$\alpha = -\frac{k^2}{2}\frac{\omega_c}{V_o}\frac{1}{1+\left(\frac{\omega_c}{\omega}+\frac{\omega}{\omega_D}\right)^2}$$

La variation de vitesse est une fonction croissante de ω qui tend vers $K^2/2$. L'atténuation est maximale pour $\omega = \sqrt{\omega_c \omega_D}$.

La deuxième solution correspond à une onde de charge. Cette onde n'apparaît que lorsque la diffusion intervient.

L'équation D est bicarrée. Elle possède comme solution $k_0(1+a+jb)$, $-k_0(1+a+jb)$ et deux autres solutions opposées notées k_1 et $-k_1$ avec Réel$(k_1) > 0$. k_1 est donc la solution cherchée. Elle vérifie :

$$k_1^2 = \frac{-(\omega_c+j\omega)}{(1+a+jb)^2\, D(1+K^2)}$$

En général :

$$K^2 \ll 1$$

et

$$a = -\frac{\Delta V}{V} \ll 1$$

donc :

$$k_1^2 \simeq \frac{\frac{\sigma}{\varepsilon D} + j\frac{\omega}{D}}{(1+jb)^2}$$

IV.1.b - Application à l'arséniure de gallium

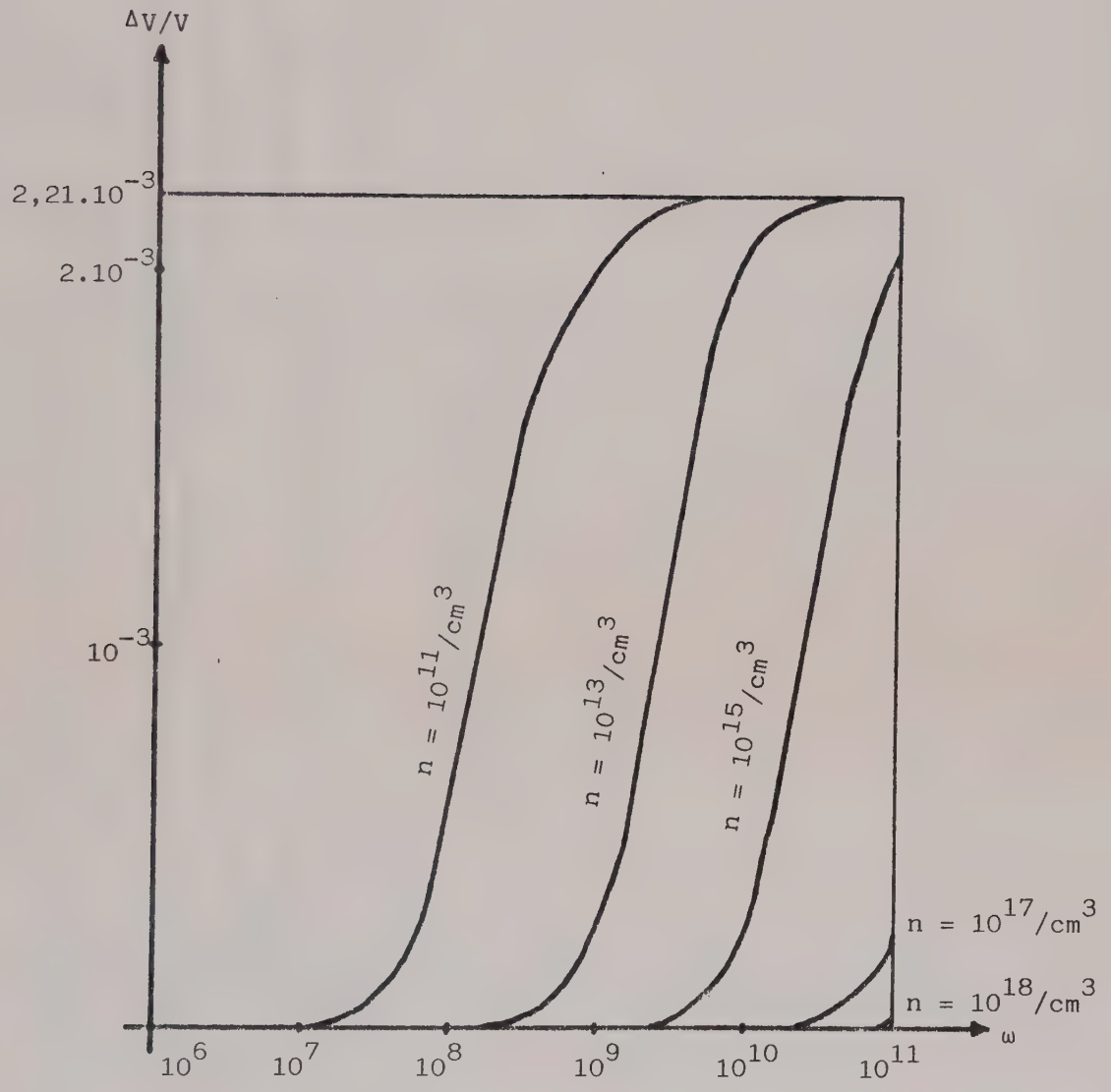
Les applications numériques ont été réalisées pour cinq échantillons d'arséniure de gallium semiconducteurs, de type N. Les échantillons un et deux sont des échantillons dont dispose le laboratoire et qui sont dopés au silicium. L'échantillon trois est cité dans un article [15] et est dopé à l'oxygène. Les échantillons 4 et 5 ont été imaginés.

Voici les caractéristiques de ces échantillons à une température de 300°K.

Echantillon	Concentration des porteurs (cm^{-3})	Mobilité ($cm^2/V\ s$)	Résistivité ($\Omega.cm$)	Constante de diffusion (m^2/s)
1	$1,1\ 10^{17}$	3 600	$1,5\ 10^{-2}$	$9,26\ 10^{-3}$
2	$1,3\ 10^{18}$	1 910	$2,5\ 10^{-3}$	$4,91\ 10^{-3}$
3	$1,6\ 10^{19}$	6 500	$5,9\ 10^{3}$	$1,7\ 10^{-2}$
4	10^{15}	7 000	$8,8\ 10^{-1}$	$1,8\ 10^{-2}$
5	10^{13}	7 500	$8,3\ 10^{1}$	$1,9\ 10^{-2}$

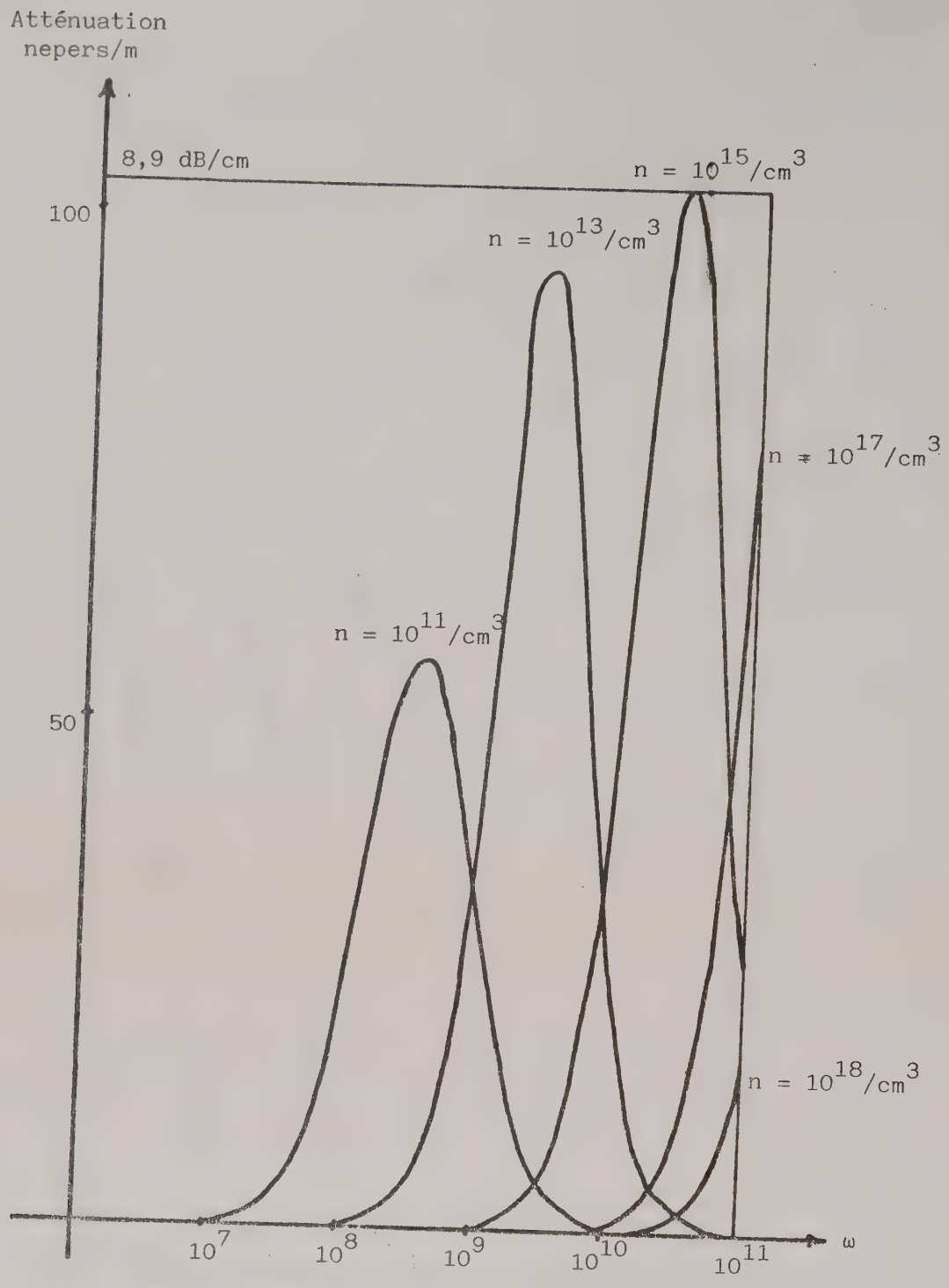
Les applications numériques ont été dans un premier temps réalisées dans le cas de l'onde de volume transversale de vitesse $V_o = \sqrt{C_{44}/\rho}$ (dans le cas élastique) se propageant dans la direction [101]. En effet, du fait de l'anisotropie du cristal, plusieurs ondes sont susceptibles de se propager, mais seule une de ces ondes peut être modifiée par l'effet semiconducteur. Dans le chapitre sur les ondes de volume, un calcul complet permet de démontrer que c'est effectivement cette onde transversale qui est modifiée et qu'elle est théoriquement couplée avec une onde de charge. Les figures B-5 et B-6 représentent la variation de vitesse et l'atténuation de cette onde transversale en fonction de la fréquence d'excitation. La figure B-7 représente la relation de dispersion caractérisant l'onde de charge. L'atténuation de cette onde de charge n'a pas été représentée car elle est très importante. Elle varie de 10^5 à 10^8 nepers/m suivant les échantillons et suivant la fréquence.

L'onde de Rayleigh qui se propage dans la direction [101] et dans le cas de la coupe (010) est aussi modifiée par les électrons du milieu, mais d'une façon beaucoup plus complexe car les conditions aux limites agissent sur la propagation de l'onde. Toutefois l'application du modèle, valable pour les ondes de volume, à une "onde fictive de Rayleigh" permet d'obtenir des résultats qualitatifs quant à la vitesse et l'atténuation de cette onde. Pour cela la vitesse de l'onde de volume y a été remplacée par la vitesse de l'onde de Rayleigh.



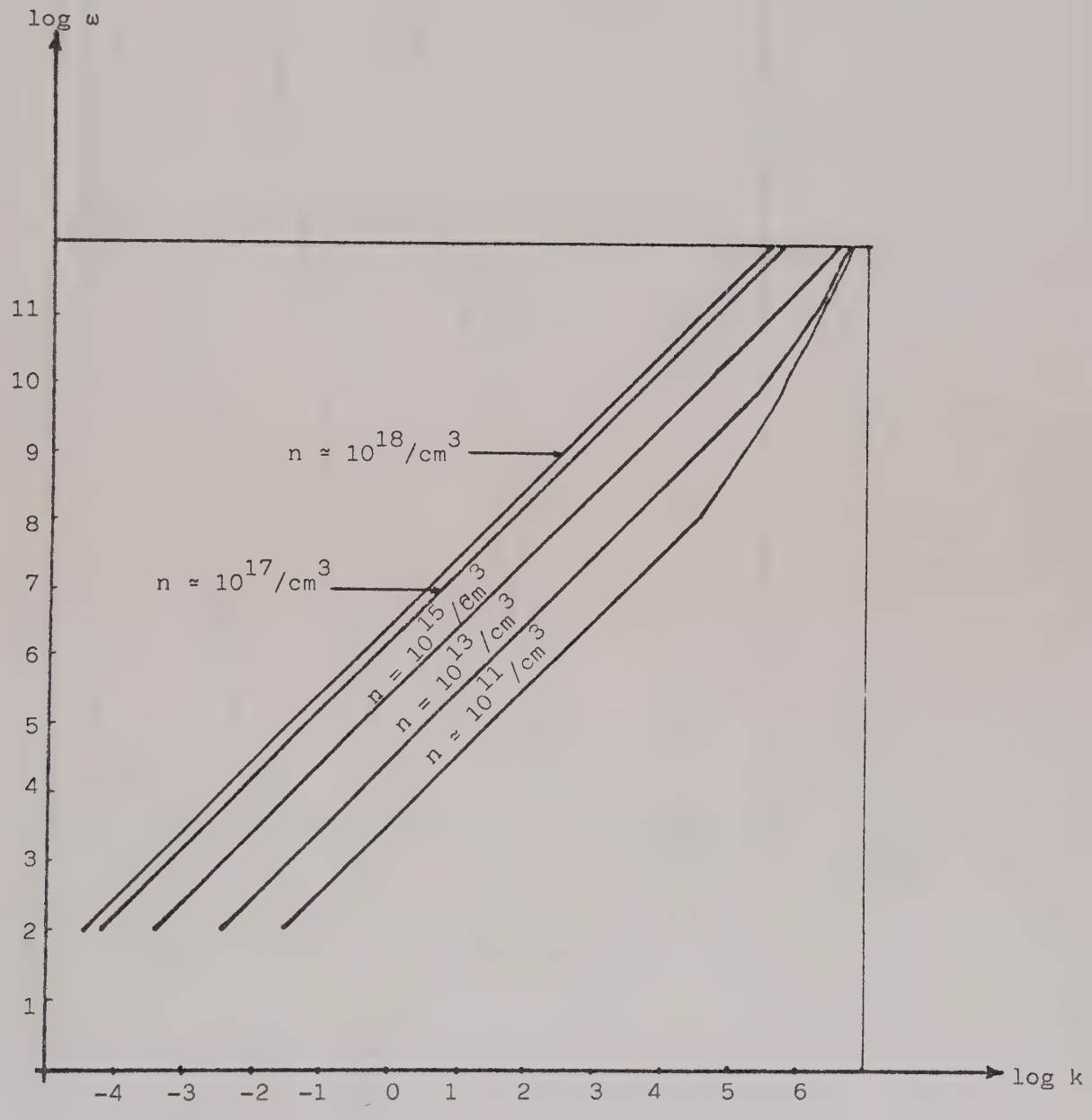
AsGa - Onde transversale - direction [101]

Fig. B-5



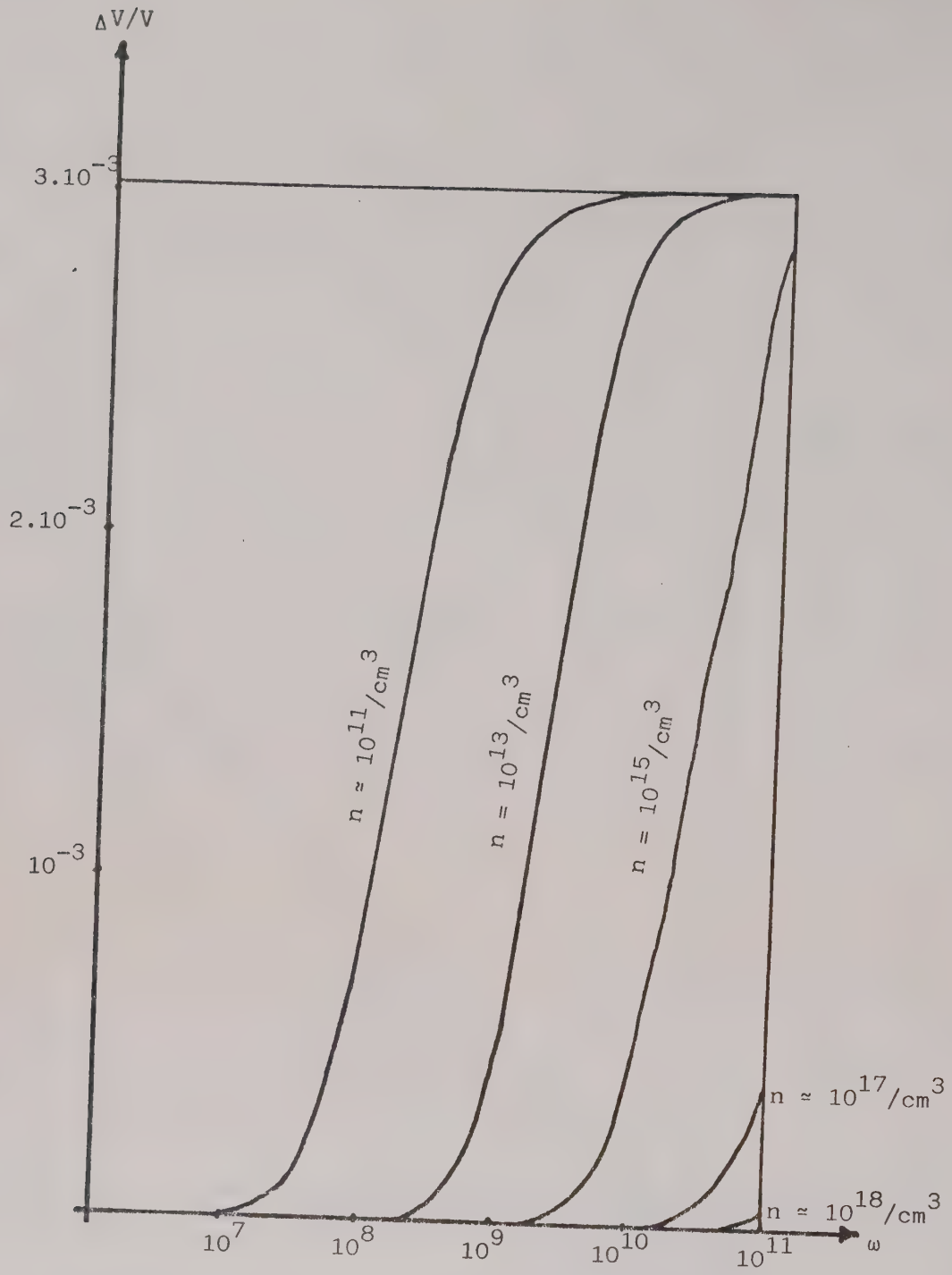
AsGa - Onde transversale - direction [101]

Fig. B-6



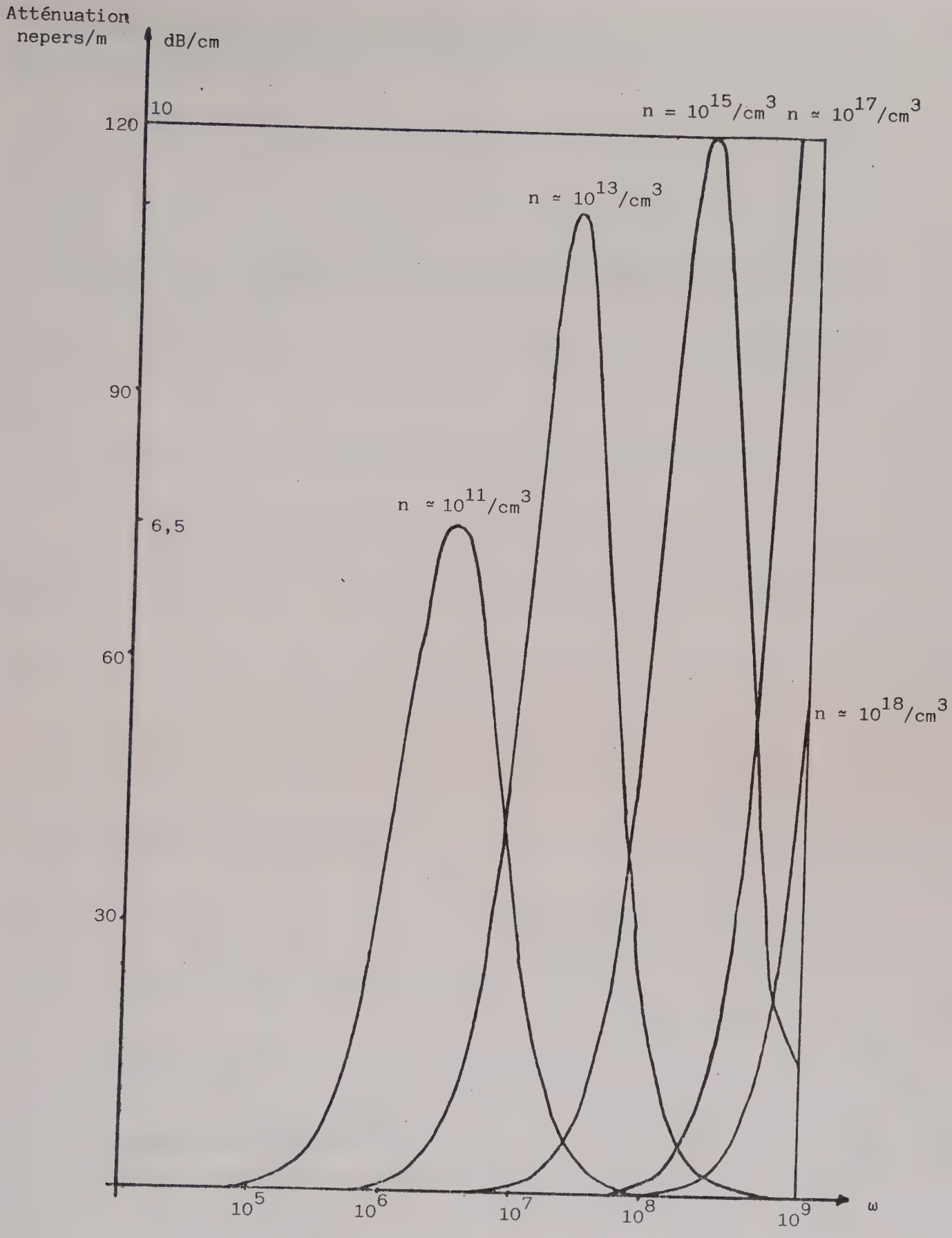
AsGa - Relation de dispersion caractérisant l'onde de charge accompagnant l'onde transversale

Fig. B-7



AsGa - Onde fictive de Rayleigh - direction [101]
coupe (010)

Fig. B-8



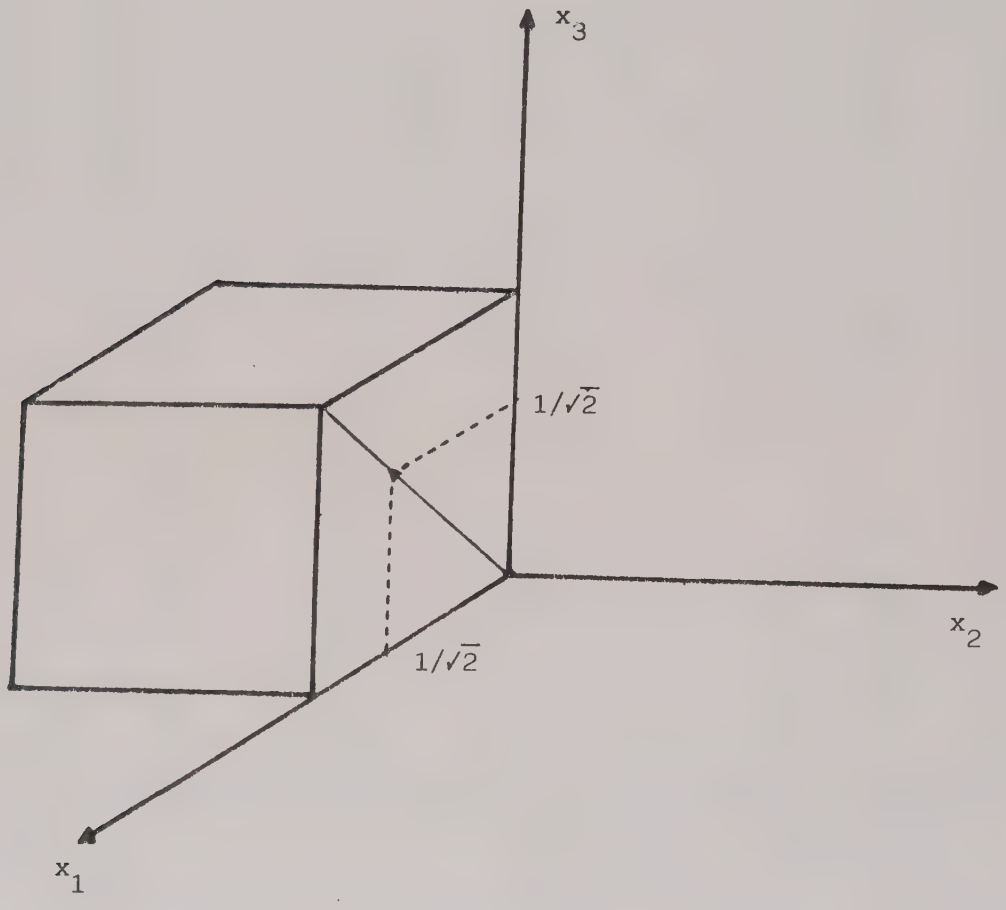
AsGa - Onde fictive de Rayleigh - direction 101 - coupe (010)

Fig. B-9

Les figures B-8 et B-9 traduisent l'évolution de la vitesse de l'onde et de son atténuation en fonction de la fréquence, prévue par le modèle des ondes de volume.

IV.2 - Cas de la propagation des ondes de volume suivant la direction [101]

Cette étude a été réalisée dans le cas des ondes se propageant dans la direction [101]. Les calculs ont été effectués dans le système d'axes cristallins.



Les solutions recherchées sont des solutions harmoniques. Les composantes du déplacement et le potentiel ϕ se mettent sous la forme :

$$u_j = a_j \, e^{j[\omega t - k/\sqrt{2}\,(x_1+x_3)]}$$

$$\phi = a_4 \, e^{j\,[\,t - k/\sqrt{2}(x_1+x_3)]} \qquad j \in \{1,2,3\}$$

IV.2.a - Cas d'un matériau purement élastique

Les composantes du déplacement doivent vérifier l'équation d'équilibre mécanique (II-3). Ainsi, a_1, a_2, a_3 vérifient un système de 3 équations linéaires. L'annulation du déterminant du système est nécessaire pour obtenir une solution non nulle, et elle permet d'obtenir 3 solutions propres : deux ondes transversales de vitesse $V_0 = \sqrt{C_{44}/\rho}$ et $V_1 = \sqrt{(C_{11}-C_{12})/2\rho}$ et de polarisations respectives [010] et [101] ainsi qu'une onde longitudinale de vitesse $V_2 = \sqrt{(C_{11}+C_{12}+2C_{44})/2\rho}$.

IV.2.b - Cas d'un matériau piézoélectrique et semiconducteur

Les composantes du déplacement et le potentiel doivent vérifier les équations d'équilibre mécanique (II-3) et électrique (II-13). Celles-ci s'écrivent, compte tenu des propriétés de symétrie des différents tenseurs :

$$(u)\quad \begin{aligned} \rho\ddot{u}_1 &= C_{11}\,u_{1,11} + C_{12}\,u_{3,31} + C_{44}(u_{3,13}+u_{1,33}) \\ \rho\ddot{u}_2 &= C_{44}\,u_{2,11} + C_{44}\,u_{2,31} + 2e_{14}\,\phi_{,31} \\ \rho\ddot{u}_3 &= C_{44}\,u_{1,31} + C_{44}\,u_{3,11} + C_{11}\,u_{3,33} + C_{12}\,u_{1,13} \\ -e\mu n_0\phi_{,nn} &- D[e_{14}(u_{2,31}+u_{2,13})-\varepsilon\phi_{,ii}]_{,nn} + e_{14}(\dot{u}_{2,31}+\dot{u}_{2,13})-\varepsilon\dot{\phi}_{,ii} = 0 \end{aligned}$$

Lorsque les dérivations par rapport aux variables d'espace et par rapport au temps sont effectuées en tenant compte de la forme des composantes du déplacement et du potentiel, le système (u) devient (u') :

$$(u')\quad \begin{aligned} &[\rho\omega^2-\tfrac{k^2}{2}(C_{11}+C_{44})]a_1 && -\tfrac{k^2}{2}(C_{12}+C_{44})a_3 && = 0 \\ &&(\rho\omega^2-k^2C_{44})a_2 && - e_{14}k^2a_4 = 0 \\ &-\tfrac{k^2}{2}(C_{12}+C_{44})a_1 && +[\rho\omega^2-\tfrac{k^2}{2}(C_{11}+C_{44})]a_3 && = 0 \\ &&-e_{14}k^2(Dk^2+j\omega)a_2 && k^2[e\mu n_0+\varepsilon(Dk^2+j\omega)]a_4 = 0 \end{aligned}$$

L'existence d'une solution non nulle impose l'annulation du déterminant de u'. Elle fournit après quelques modifications l'équation en k suivante :

$$\varepsilon C_{44} k^2 [\rho\omega^2 - \frac{k^2}{2}(C_{11} + 2C_{44} + C_{12})] [\rho\omega^2 - \frac{k^2}{2}(C_{11}-C_{12})] \times$$

$$[k^4 D(1+K^2) + k^2\{j\omega(1+K^2)+\omega_c - \frac{\omega^2}{\omega_D}\} - \frac{\omega^2\omega_c}{\omega_D D} - \frac{j\omega^3}{\omega_D D}] = 0$$

avec $K^2 = \frac{e_{14}^2}{\varepsilon C_{44}}$ $\qquad$ $\omega_D = \frac{V_0^2}{D}$

Δ s'annule donc si :

$$\rho\omega^2 - \frac{k^2}{2}(C_{11} + 2C_{44} + C_{12}) = 0$$

ou $\qquad \rho\omega^2 - \frac{k^2}{2}(C_{11} - C_{12}) = 0$

ou

$$[k^4 D(1+K^2) + k^2\{j\omega(1+K^2)+\omega_c - \frac{\omega^2}{\omega_D}\} - \frac{\omega^2\omega_c}{\omega_D D} - \frac{j\omega^3}{\omega_D D}] = 0$$

Le premier cas d'annulation correspond à l'onde longitudinale de vitesse $V_2 = \sqrt{\frac{C_{11}+2C_{44}+C_{12}}{2\rho}}$. Cette onde n'est pas modifiée par le phénomène semi-conducteur.

Le deuxième cas d'annulation correspond à l'onde transversale de vitesse $V_1 = \sqrt{\frac{C_{11}-C_{12}}{2\rho}}$. Cette onde n'est pas non plus modifiée par le phénomène semi-conducteur.

Le troisième cas d'annulation traduit la modification de l'onde transversale de vitesse $v_0 = \sqrt{C_{44}/\rho}$ ainsi que son couplage avec une onde de charge. La modification de l'onde transversale est obtenue rigoureusement par la théorie unidimensionnelle en y remplaçant C par C_{44} et e par e_{14}. Les courbes traduisant cette modification de l'onde sont donc exactement celles données pour illustrer le modèle unidimensionnel (fig. B-5 et fig. B-6).

Dans le cas d'ondes se propageant dans une direction quelconque, le déroulement du calcul reste le même. En effet, l'annulation du déterminant des équations d'équilibre permet d'obtenir les différentes ondes pouvant se propager dans le matériau.

L'étude linéaire de l'interaction des électrons avec une onde de volume se propageant dans un matériau piézoélectrique semiconducteur est donc relativement simple, ce qui n'est pas le cas avec les ondes de surface.

V - ETUDE DE L'INTERACTION ONDES DE RAYLEIGH - ELECTRONS

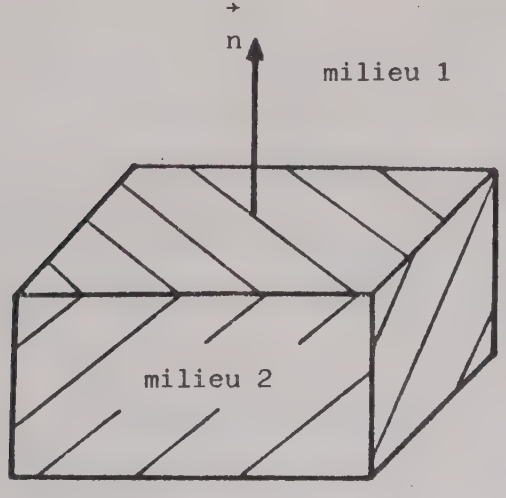
Les ondes de surface en plus des équations d'équilibre II-3 et II-13

$$\rho \ddot{u}_i = C_{ijk\ell}\, u_{k,j\ell} + e_{kij}\, \phi_{,jk} \qquad i \in \{1,2,3\}$$

$$-n_o q\mu\phi_{,nn} - D(e_{ik\ell}u_{k,\ell inn} - \varepsilon_{ik}\phi_{,kinn}) + (e_{ik\ell}\dot{u}_{k,\ell i} - \varepsilon_{ik}\dot{\phi}_{,ki}) = 0$$

doivent vérifier des conditions bien particulières à la surface du matériau. La surface est supposée libre. Toutes les contraintes y sont nulles.

Si $\vec{n}$ représente la normale à la surface



$$T_{1n} = T_{2n} = T_{3n} = 0$$

sur la surface les inductions électriques normales et les densités de courant normales vérifient :

$$\mathcal{D}_{n1} - \mathcal{D}_{n2} = \rho_s$$

$$J_{n1} - J_{n2} = - \frac{\partial}{\partial t} (\rho_s)$$

ρ_s représentant les charges de surface.

Mais les charges de surface ρ_s ne sont pas connues. En fait l'onde de surface doit vérifier quatre conditions aux limites :

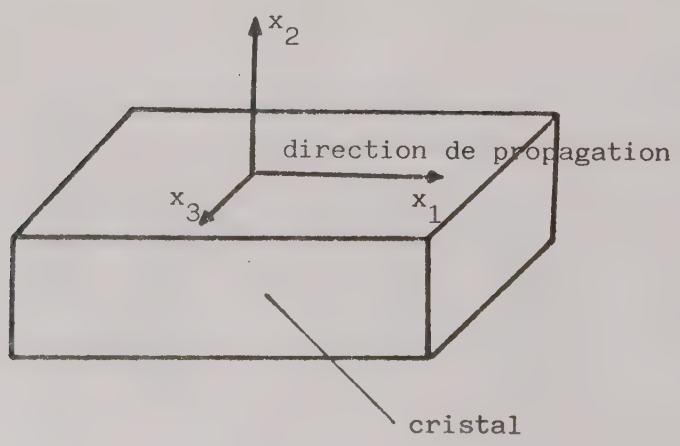
$$T_{in} = 0 \qquad i \in \{1,2,3\} \qquad \text{(V-1)}$$

$$J_{n1} - J_{n2} = - (\dot{\mathcal{D}}_{n1} - \dot{\mathcal{D}}_{n2}) \qquad \text{(V-2)}$$

La continuité du potentiel est utilisé pour exprimer la dernière solution ci-dessus.

V.1 - Cas d'une direction quelconque

Il est toujours possible de choisir un système d'axes tel que la direction de propagation soit Ox_1 et tel que la normale à la surface soit Ox_2.



Les composantes du déplacement u_k et le potentiel électrique ϕ décroissent exponentiellement dans le coeur du matériau car l'onde se propage en surface. La solution cherchée est de la forme :

$$u_k = a_k \, e^{\chi k x_2} \, e^{j[\omega t - k x_1]}$$

$$\phi = a_4 \, e^{\chi k x_2} \, e^{j[\omega t - k x_2]}$$

La direction de propagation est contenue dans le plan de la surface libre et est repérée par les cosinus directeurs $n_1 = 1$, $n_3 = 0$. χ est une inconnue à déterminer. k est le nombre d'onde associé à l'onde. χ doit vérifier Réel(x)>0 car la pénétration de l'onde se fait suivant $x_2 < 0$.

La résolution du système des équations d'équilibre se fait en développant les indices et en introduisant la forme de u_k et de ϕ.

Les quatre équations obtenues prennent une forme matricielle :

$$\Gamma(x,k) \times u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{avec} \quad u = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}$$

Le système à résoudre s'écrit donc :

$$\Gamma \times u = 0$$

Le nombre d'onde k (qui permet de déterminer la vitesse de l'onde et son atténuation dans le sens de la propagation) est considéré comme un paramètre à déterminer. La condition de compatibilité ($\det(\Gamma)=0$) est une équation à coefficients complexes de degré 10 en χ dont seules les racines à partie réelle positive sont acceptables. En général 4 racines sont voisines de celles obtenues dans le cas piézoélectrique et une cinquième s'y ajoute. Cette ancienne racine χ_5 varie beaucoup avec la fréquence et traduit le caractère dispersif du milieu semiconducteur.

Pour chacune de ces valeurs χ_r, r = 1, 2, 3, 4, 5, le système fournit les vecteurs propres suivant le mode r de composantes ($a_1^{(r)}$, $a_2^{(r)}$, $a_3^{(r)}$, $a_4^{(r)}$). La solution générale est une combinaison linéaire de ces cinq ondes élémentaires.

$$u_k = \sum_{r=1}^{5} A_r \, a_k^{(r)} \, e^{\chi_r k x_2} \, e^{j(\omega t - k x_1)}$$

$$\phi = \sum_{r=1}^{5} A_r \, a_4^{(r)} \, e^{\chi_r k x_2} \, e^{j(\omega t - k x_1)}$$

Le nombre d'onde k et les coefficients A_r sont déterminés par les conditions aux limites mécaniques et électriques sur la surface libre $x_2 = 0$.

La tension mécanique sur la surface libre est nulle :

$$C_{i2k\ell} \, u_{k,\ell} + e_{ki2} \, \phi_{,k} = 0 \qquad i = 1,2,3 \quad \text{en } x_2 = 0$$

Soit :

$$T_{2i}^{(r)} = C_{i2k\ell} \, a_k^{(r)} \, n_\ell^{(r)} + e_{ki2} \, a_4^{(r)} \, n_k^{(r)}$$

et $\quad n_2^{(r)} = j \, \chi_r$

la condition s'écrit :

$$\sum_{r=1}^{5} A_r \, T_{2i}^{(r)} = 0 \qquad i \in [1,2,3]$$

La condition aux limites électrique (V-2) s'écrit :

$$J_2 = - [\dot{\mathcal{D}}_{2\,\text{milieu}} - \dot{\mathcal{D}}_{2\,\text{vide}}]$$

avec $J_2 = \sigma E_2 - D_{i,i2}$

Dans le vide, le potentiel se met sous la forme :

$$\phi' = \phi'_0 \, e^{\alpha x_2} \, e^{j(\omega t - k x_1)}$$

Pour qu'il soit nul à l'infini, il faut $\alpha < 0$.

Il satisfait à l'équation de Laplace :

$$\phi_{,ii} = 0 \qquad \alpha^2 - k^2 = 0$$

donc

$$\alpha = -k \quad \text{et} \quad \phi' = \phi'_0 \, e^{-kx_2} \, e^{j(\omega t - kx_1)}$$

Le potentiel ϕ est continu à la surface du matériau ($x_2 = 0$). Cela se traduit par :

$$\phi'_0 = \sum_{r=1}^{5} A_r \, a_4^{(r)}$$

La condition aux limites électrique devient alors :

$$\sum_{r=1}^{5} A_r [j\sigma k n_2^{(r)} a_4^{(r)} + jDk^3 n_2^{(r)} (-e_{ik\ell} a_k^{(r)} n_i^{(r)} n_\ell^{(r)} + \varepsilon_{ik} a_4^{(r)} n_k^{(r)} n_i^{(r)})] =$$

$$-k\omega \sum_{r=1}^{5} A_r \, [e_{2k\ell} a_k^{(r)} n_\ell^{(r)} - \varepsilon_{2k} \, a_4^{(r)} n_k^{(r)} - \varepsilon_o j a_4^{(r)}]$$

Si

$$T_{24}^{(r)} = j\sigma n_2^{(r)} a_4^{(r)} + jDk^2 n_2^{(r)} (-e_{ik\ell} a_k^{(r)} n_i^{(r)} n_\ell^{(r)} + \varepsilon_{ik} a_4^{(r)} n_k^{(r)} n_i^{(r)})$$

$$+ \omega (e_{2k\ell} a_k^{(r)} n_\ell^{(r)} - \varepsilon_{2k} a_4^{(r)} n_k^{(r)} - \varepsilon_o \, j a_4^{(r)})$$

Cette dernière condition s'écrit :

$$\sum_{r=1}^{5} A_r \, T_{24}^{(r)} = 0$$

Les deux types de conditions aux limites conduisent à un autre système linéaire homogène qui s'écrit :

$$T_2 \times A = 0 \qquad \text{avec} \qquad A = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{pmatrix}$$

C'est un système de 4 équations à 5 inconnues (A_1, A_2, A_3, A_4, A_5) dans le cas d'une matériau piézoélectrique semiconducteur.

V.1.a - Matériau élastique

Le paramètre à déterminer n'est pas le nombre d'onde k mais la vitesse V. En effet, le matériau n'est pas dispersif et la fréquence peut être éliminée du problème.

Si la vitesse V est connue, la compatibilité des équations de propagation (det $\Gamma = 0$) donne trois facteurs de décroissance χ_r à partie réelle positive. Il suffit de remplacer χ_r par sa valeur dans le premier système d'équations $\Gamma \times U = 0$ pour avoir accès aux trois vecteurs propres suivant les trois modes $a_i^{(r)}$ $i \in \{1,2,3\}$. Celles-ci sont connues à un facteur multiplicatif près puisqu'un système homogène de 3 équations à trois inconnues (a_1, a_2, a_3) à déterminant nul admet deux solutions indépendantes au plus. Les amplitudes A_r s'obtiennent par les trois équations de conditions aux limites $T_2 \times A = 0$ définies également à un facteur de proportionnalité près. Dans T_2 interviennent les valeurs V, $a_i^{(r)}$, χ_r. Il suffit de remplacer ces grandeurs dans le système (V-3) pour obtenir les composantes du déplacement global de l'onde.

En réalité, il faut résoudre simultanément les deux systèmes $\Gamma \times u = 0$, $T_2 \times A =$. La résolution n'est possible analytiquement que dans des cas particuliers. Le cas général se traite par un procédé informatique [16], [17].

V.1.b - Matériau piézoélectrique isolant

Le fait d'ajouter la piézoélectricité au cas élastique simple revient à résoudre une équation de degré 8 au lieu de 6 et quatre solutions χ_r sont retenues au lieu de trois. Une condition aux limites électrique s'ajoute aux conditions aux limites mécaniques. Le cas général se traite par un procédé informatique [18].

V.1.c - Matériau piézoélectrique semiconducteur

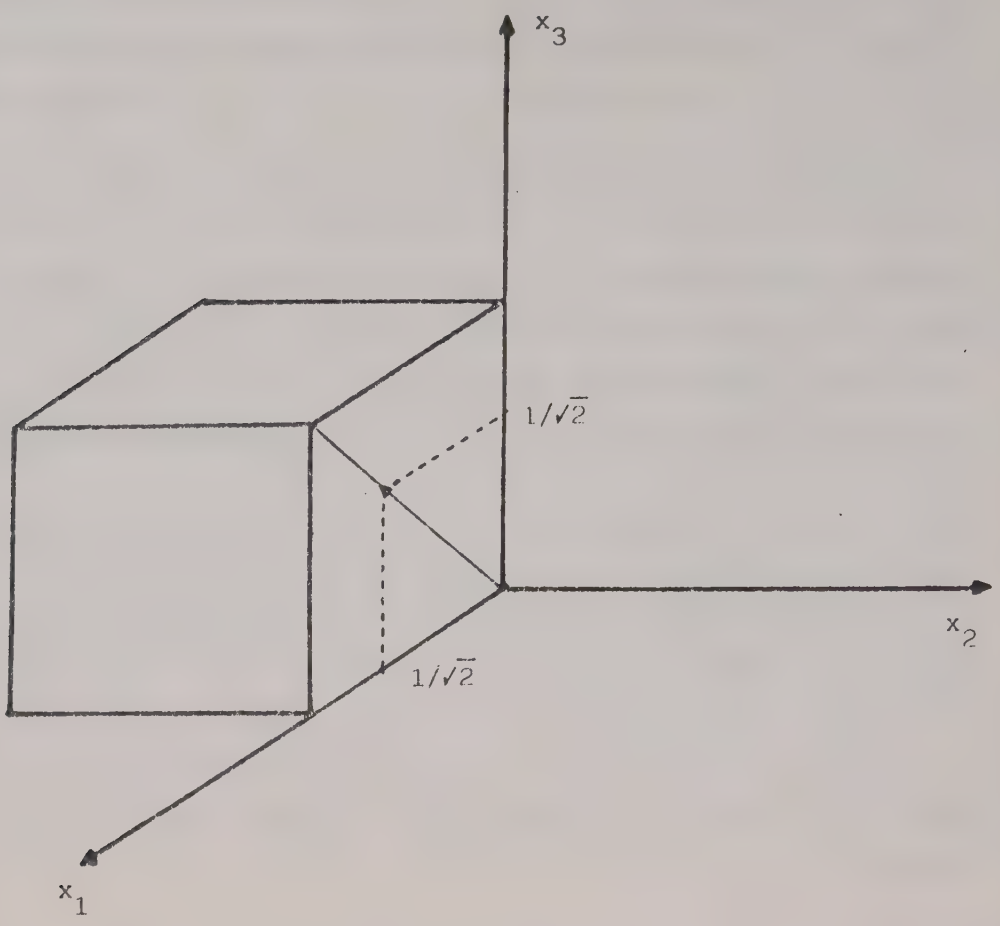
La présence des porteurs de charge complique le problème. Premièrement, il manque une condition aux limites car quatre équations ne permettent pas de déterminer les cinq inconnues (A_1, A_2, A_3, A_4, A_5). Deuxièmement, l'inconnue à déterminer est k, or k est complexe, il est donc très difficile au niveau informatique de faire une "itération" sur k.

Cependant pour résoudre complètement le problème, le cinquième mode élémentaire peut dans un premier temps être négligé. Dans ce cas les quatre conditions aux limites permettent de déterminer les quatre inconnues (A_1, A_2, A_3, A_4). Dans un deuxième temps une condition aux limites peut être ajoutée.

Pour éviter l'"itération" sur k, k sera cherché sous la forme $k = k_0(1+\alpha)$ avec k_0 nombre d'onde correspondant au cas élastique pur ($k_0 = \omega/V_0$ avec V_0 vitesse de l'onde Rayleigh lorsque les phénomènes électriques sont négligés). En effet, dans ce cas, α vérifie $|\alpha| \ll 1$, car les phénomènes élastiques sont prépondérants dans l'établissement des caractéristiques de l'onde, et k^n peut alors être approché par $k_0^n(1+n\alpha)$. Un développement au premier ordre en α de toutes les expressions fournit un résultat d'une précision suffisante.

Ces différentes hypothèses ont été par la suite appliquées à l'arséniure de gallium pour une coupe (010) et une direction de propagation [101].

V.2 - Cas de la coupe (010) et de la direction de propagation [101] de l'arséniure de gallium



L'étude suivante a été réalisée dans le système d'axes cristallins afin de pouvoir utiliser plus facilement les symétries existantes.

Les solutions du problème sont cherchées sous la forme :

$$u_k = a_k \, e^{\chi k x_2} \, e^{j[\omega t - k/\sqrt{2}(x_1+x_3)]}$$

$$\phi = a_4 \, e^{\chi k x_2} \, e^{j[\omega t - k/\sqrt{2}(x_1+x_3)]}$$

Les cosinus directeurs sont donc dans ce cas $n_1 = 1/\sqrt{2}$ et $n_3 = 1/\sqrt{2}$ et par extension $n_2 = j\chi$.

V.2.a - Cas théorique de l'AsGa supposé "purement élastique"

Les différentes grandeurs à déterminer sont la vitesse V_0 et les coefficients de décroissance χ_r^0. Les valeurs ainsi obtenues serviront de première approximation dans le cas d'un matériau piézoélectrique et semiconducteur.

Compte tenu des propriétés des différents tenseurs, les équations d'équilibre s'écrivent :

$$\rho\ddot{u}_1 = C_{11}\, u_{1,11} + C_{12}(u_{2,21}+u_{3,31}) + C_{44}(u_{1,22}+u_{2,12}+u_{3,13}+u_{1,33})$$

$$\rho\ddot{u}_2 = C_{11}\, u_{2,22} + C_{12}(u_{1,12}+u_{3,22}) + C_{44}(u_{1,21}+u_{2,11}+u_{3,23}+u_{2,33})$$

$$\rho\ddot{u}_3 = C_{11}\, u_{3,33} + C_{12}(u_{1,13}+u_{2,33}) + C_{44}(u_{1,21}+u_{3,11}+u_{2,32}+u_{3,22})$$

et les conditions aux limites :

$$C_{44}\,(u_{2,1} + u_{1,2}) = 0$$

$$C_{11}\, u_{2,2} + C_{12}\,(u_{1,1} + u_{3,3}) = 0$$

$$C_{44}\,(u_{2,3} + u_{3,2}) = 0$$

En introduisant la forme des composantes du déplacement et du potentiel, les équations d'équilibre prennent la forme matricielle ci-dessous :

$$\Gamma \times U = \begin{pmatrix} A & B & C \\ B & D & B \\ C & B & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

avec :

$$A = \rho\omega^2 + C_{44}\,\chi^2 k^2 - \frac{k^2}{2}\,(C_{44} + C_{11})$$

$$B = -j\,\frac{k^2\chi}{\sqrt{2}}\,(C_{12} + C_{44})$$

$$C = -\frac{k^2}{2}\,(C_{12} + C_{44})$$

$$D = \rho\omega^2 + C_{11}\,\chi^2\,k^2 - k^2\,C_{44}$$

La condition de compatibilité $\det \Gamma = 0$ est évidemment vérifiée pour $A = C$. Elle s'écrit $(A-C)[D(A+C)-2B^2] = 0$.

$A = C$ correspond à $\chi^2 = \frac{1}{C_{44}}\left[-\rho V^2 + \frac{C_{11}-C_{12}}{2}\right]$. Si $\rho V^2 > \frac{C_{11}-C_{12}}{2}$, $A = C$ fournit deux racines χ_1' et χ_2' imaginaires pures. Ces racines traduisent **l'existence d'une onde de volume** de polarisation (101) car dans ce cas :

$$\Gamma \times U = 0 \Longleftrightarrow \begin{cases} A(a_1+a_3) + Ba_2 = 0 \\ B(a_1+a_3) + Da_2 = 0 \end{cases}$$

les solutions de ce système sont $a_1 = -a_3$ et $a_2 = 0$.

Si $A \neq C$, les valeurs propres vérifient $a_1 = a_3$. En effet, la troisième équation d'équilibre retranchée à la première fournit la relation :

$$(A - C)\,(a_1 - a_3) = 0$$

$$\Gamma \times U = 0 \Longleftrightarrow \begin{cases} (A + C)a_1 + Ba_2 = 0 \\ 2B\ a_1 \quad\quad + Da_2 = 0 \end{cases}$$

La condition de compatibilité $\det \Gamma = 0$ possède deux racines $\chi_1(V)$ et $\chi_2(V)$ qui peuvent être exprimées analytiquement en fonction de V.

La solution générale est une combinaison de deux ondes élémentaires pour $V > \sqrt{(C_{11}-C_{12})/2\rho}$:

$$u_1 = \sum_{r=1}^{2} A_r\, a_1^{(r)}\, e^{\chi_r^0 k x_2}\, e^{j[\omega t - k/\sqrt{2}(x_1+x_3)]} = u_3$$

$$u_2 = \sum_{r=1}^{2} A_r\, a_2^{(r)}\, e^{\chi_r^0 k x_2}\, e^{j[\omega t - k/\sqrt{2}(x_1+x_3)]}$$

et elle vérifie les deux conditions aux limites :

$$u_{2,1} + u_{1,2} = 0$$

$$C_{11}\, u_{2,2} + 2C_{12}\, u_{1,1} = 0$$

qui s'écrivent :

$$\sum_{r=1}^{2} A_r \left[\chi_r^o \, a_1^{(r)} - \frac{j}{\sqrt{2}} a_2^{(r)}\right] = 0$$

$$\sum_{r=1}^{2} A_r \left[-\frac{2jC_{12}}{\sqrt{2}} a_1^{(r)} + C_{11} \chi_r^o \, a_2^{(r)}\right] = 0$$

ou $T_2 \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \end{matrix} = \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix}$

La condition de compatibilité $\det T_2 = 0$ devient une équation de V lorsqu'on y remplace $a_1^{(r)}$ et $a_2^{(r)}$ par leurs expressions en fonction de V issues de la résolution des équations d'équilibre.

Les courbes représentant Réel$[\det(T_2)]$ en fonction de V permettent de trouver la vitesse V_o correspondant à $\det T_2(V) = 0$ car Im $\det T_2(V) = 0, \forall V$.

Les résultats sont :

$V_o = 2\,862$ m/s
$\chi_1(V_o) = 0{,}500 + j\,0{,}480 = \chi_1^e$
$\chi_2(V_o) = 0{,}500 - j\,0{,}480 = \chi_2^e$

V.2.b - AsGa piézoélectrique et semiconducteur

L'inconnu est ici le nombre d'onde k. Il est cherché sous la forme $k = k_o(1+\alpha)$ avec k_o nombre d'onde correspondant au cas élastique.
$k_o = \omega/V_o$ avec $V_o = 2\,862$ m/s. $\alpha = a + jb$.

Les équations d'équilibre s'écrivent :

$$\rho\ddot{u}_1 = C_{11} u_{1,11} + C_{12}(u_{2,21}+u_{3,31}) + C_{44}(u_{1,22}+u_{2,12}+u_{3,13}+u_{1,33}) + 2e_{14} \phi_{,23}$$

$$\rho\ddot{u}_2 = C_{11} u_{2,22} + C_{12}(u_{1,12}+u_{3,22}) + C_{44}(u_{1,21}+u_{2,11}+u_{3,23}+u_{2,33}) + 2e_{14} \phi_{,13}$$

$$\rho\ddot{u}_3 = C_{11} u_{3,33} + C_{12}(u_{1,13}+u_{2,33}) + C_{44}(u_{1,21}+u_{3,11}+u_{2,32}+u_{3,22}) + 2e_{14} \phi_{,12}$$

$$-\sigma_o \phi_{,nn} + D\varepsilon \phi_{,iinn} - 2De_{14}[u_{2,31} + u_{3,21} + u_{1,32}]_{,nn} +$$

$$2e_{14}(\dot{u}_{2,31} + \dot{u}_{3,21} + \dot{u}_{1,32}) - \varepsilon \dot{\phi}_{,nn} = 0$$

Lorsque les dérivations par rapport aux variables d'espace et par rapport au temps sont effectuées en tenant compte des composantes du déplacement et du potentiel, les quatre équations d'équilibre prennent la forme matricielle suivante :

$$\Gamma(x,k) \times U = \begin{pmatrix} A & B & C & E \\ B & D & B & F \\ C & B & A & E \\ G & H & G & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

avec

$$A = \rho\omega^2 + C_{44}\chi^2k^2 - \frac{k^2}{2}(C_{44}+C_{11}) \qquad E = -\frac{2ejk^2\chi}{\sqrt{2}}$$

$$B = -j\frac{k^2\chi}{\sqrt{2}}(C_{12}+C_{44}) \qquad F = -ek^2$$

$$C = -\frac{k^2}{2}(C_{12}+C_{44}) \qquad G = -\frac{2ejk^2\chi}{\sqrt{2}}[j\omega - D(\chi^2k^2-k^2)]$$

$$D = \rho\omega^2 + C_{11}\chi^2k^2 - k^2C_{44} \qquad H = -ek^2[j\omega - D(\chi^2k^2-k^2)]$$

$$I = (\sigma_0+\varepsilon j\omega)(k^2-\chi^2k^2) + D\varepsilon(\chi^2k^2-k^2)]^2$$

La condition de compatibilité $\det \Gamma = 0$ est encore vérifiée pour $A = C$. La vitesse de l'onde modifiée par le phénomène semiconducteur reste voisine de V_o. Les valeurs de χ correspondant à $A = C$ correspondent donc encore à une onde de volume et ne seront pas retenues pour la détermination de la solution. La troisième équation d'équilibre retranchée à la première fournit toujours la relation $(A-C)(a_1-a_3) = 0$.

Comme $A \neq C$, les composantes des vecteurs propres vérifient $a_1 = a_3$

$$\Gamma \times U = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (A+C)a_1 + Ba_2 + Ea_4 = 0 \\ 2Ba_1 + Da_2 + Ea_4 = 0 \\ 2Ga_1 + Ha_2 + Ia_4 = 0 \end{cases}$$

Si $U' = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_4 \end{pmatrix}$ et $\Gamma' = \begin{pmatrix} A+C & B & E \\ 2B & D & F \\ 2G & H & I \end{pmatrix}$

la condition de compatibilité devient $\det \Gamma' = 0$. C'est un polynôme P de degré 8 en χ, bicarré, dont les coefficients dépendent de k. Il possède 4 racines à partie réelle positive χ_1, χ_2, χ_3, χ_4. La solution générale est donc une combinaison linéaire de quatre ondes élémentaires :

$$U_1 = U_3 = \sum_{r=1}^{4} A_r \, a_1^{(r)} \, e^{\chi_r k x_2} \, e^{j[\omega t - k/\sqrt{2}(x_1+x_3)]}$$

$$U_2 = \sum_{r=1}^{4} A_r \, a_2^{(r)} \, e^{\chi_r k x_2} \, e^{j[\omega t - k/\sqrt{2}(x_1+x_3)]}$$

$$\phi = \sum_{r=1}^{4} A_r \, a_4^{(r)} \, e^{\chi_r k x_2} \, e^{j[\omega t - k/\sqrt{2}(x_1+x_3)]}$$

Elle doit vérifier les conditions aux limites qui sont :

$$T_{22} = 0 = C_{44}(u_{2,1} + u_{1,2}) + e_{14} \, \phi_{,3}$$
$$T_{21} = 0 \; (= T_{23}) = C_{12}(u_{1,1} + u_{3,3}) + C_{22} \, u_{2,2} \qquad \text{en } x_2 = 0$$

(en effet, la surface est supposée libre)

et la condition aux limites électrique

$$J_{n1} - J_{n2} = -[\dot{\mathcal{D}}_{n1} - \dot{\mathcal{D}}_{n2}] \quad \text{en } x_2 = 0$$

L'indice 1 représentant le milieu et 2 le vide.

Cette condition s'écrit :

$$[\sigma E_2 - D\mathcal{D}_{n,n2}]_{x_2=0} = -j\omega \, [\mathcal{D}_{2\text{milieu}} - \mathcal{D}_{2\text{vide}}]$$

Par le même raisonnement que dans le paragraphe V.1, le potentiel dans le vide s'écrit :

$$\phi' = \phi'_0 \, e^{-kx_2} \, e^{j[\omega t - k/\sqrt{2}(x_1+x_3)]}$$

avec $\phi'_0 = \sum_{r=1}^{4} A_r \, a_4^{(r)}$

Cette condition s'écrit encore :

$$-\sigma_o \phi_{,2} - D \frac{\partial}{\partial x_2} \left[2e(u_{2,31}+u_{3,21}+u_{1,23}) - \phi_{,nn}\right]_{x_2=0} =$$
$$-j\omega \left[e(u_{1,3} + u_{3,1}) - \varepsilon\phi_{,2} - \varepsilon_o \, k \, \phi'\right]_{x_2=0} = 0$$

En remplaçant les composantes du déplacement et le potentiel par leurs expressions, les conditions aux limites deviennent :

$$\sum_{r=1}^{4} A_r \left[C_{44}\left(-a_2^{(r)} \, j\frac{k}{\sqrt{2}} + a_1^{(r)}\chi_r k\right) - j\frac{k}{\sqrt{2}} \, e \, a_4^{(r)}\right] = \Sigma \, A_r \, \mu_r = 0$$

$$\sum_{r=1}^{4} A_r \left[-\frac{2jkC_{12}a_1^{(r)}}{\sqrt{2}} + C_{11} \, \chi_r \, k \, a_2^{(r)}\right] = \Sigma \, A_r \, \gamma_r = 0$$

$$\sum_{r=1}^{4} A_r \left[-\sigma_o a_4^{(r)} \chi_r k - D\chi_r k\{-ea_2^{(r)}k^2 - 4e\frac{a_1^{(r)} jk^2 \chi_r}{\sqrt{2}} - \varepsilon a_4^{(r)}(\chi_r^2 k^2 - k^2)\}\right.$$
$$\left. + j\omega\left(-2e\frac{a_1^{(r)} jk}{\sqrt{2}} - \varepsilon a_4^{(r)} \chi_r k - \varepsilon_o k a_4^{(r)}\right)\right] = \Sigma \, A_r \, \lambda_r = 0$$

Ces trois conditions aux limites ne suffisent pas pour déterminer les quatre inconnues A_1, A_2, A_3, A_4. Dans un premier temps, le quatrième mode a été supposé négligeable car la valeur χ_4 de la quatrième racine peut être élevée (cf. fig. B-12) et elle intervient dans une exponentielle décroissante. Dans un deuxième temps, ce quatrième mode a été conservé mais les charges de surface ont été supposées nulles.

1) **Résolution avec trois modes partiels**

Si la constante piézoélectrique est annulée dans l'équation $\det \Gamma' = 0$, $\chi = 1$ devient une racine de $\det \Gamma' = P_k(\chi) = 0$. Le coefficient de couplage électromécanique étant faible, une racine de $P_k(\chi) = 0$ sera voisine de 1. Les trois racines retenues sont cherchées sous la forme :

$$\chi_1 = \chi_1^e + \delta\chi_1(\alpha) \qquad \left|\frac{\delta\chi_1}{\chi_1}\right| \ll 1$$

$$\chi_2 = \chi_2^e + \delta\chi_2(\alpha) \qquad \left|\frac{\delta\chi_2}{\chi_2}\right| \ll 1$$

$$\chi_3 = 1 + \delta\chi_3(\alpha) \qquad |\delta\chi_3| \ll 1$$

avec χ_1^e et χ_2^e désignant les racines du cas élastique. En effet le phénomène élastique est prépondérant dans la détermination des carctéristiques de l'onde. En posant $\chi_3^e = 1$, les trois racines sont $\chi_r = \chi_1^e + \delta\chi_r(\alpha)$, $r\epsilon\{1,2,3\}$. Donc $P_k(\chi_r) \simeq P_k(\chi_r^e) + \delta\chi_r(\alpha)\, P_k'(\chi_r^e)$.

Or $P(\chi_r) = 0$, donc :

$$\boxed{\delta\chi_r(\alpha) \simeq -\frac{P_k(\chi_r^e)}{P_k'(\chi_r^e)}}$$

Lorsque χ_r est connu en fonction de α, la résolution du système $\Gamma' \times U' = 0$ permet d'obtenir les trois vecteurs propres $\vec{u}'_r$ associés aux trois valeurs χ_r, en fonction de α.

$$u'_r(\alpha) = \begin{pmatrix} a_1^{(r)}(\alpha) \\ a_2^{(r)}(\alpha) \\ a_4^{(r)}(\alpha) \end{pmatrix}$$

En reportant les expressions de $a_i^{(r)}(\alpha)$ et $\chi_r(\alpha)$ dans les conditions aux limites qui s'écrivent :

$$[T_2(\alpha)] \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & A_1 \\ \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 & A_2 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 & A_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

la condition de compatibilité $\det T_2 = 0$ fournit une équation en α qui est sous forme polynomiale de degré 1 et dont la racine est solution du problème. Cette condition est exprimée informatiquement sous la forme :

$$\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \sum_{k=1}^{3} e_{ijk}\, \lambda_i(\alpha)\, \mu_j(\alpha)\, \gamma_k(\alpha) = 0$$

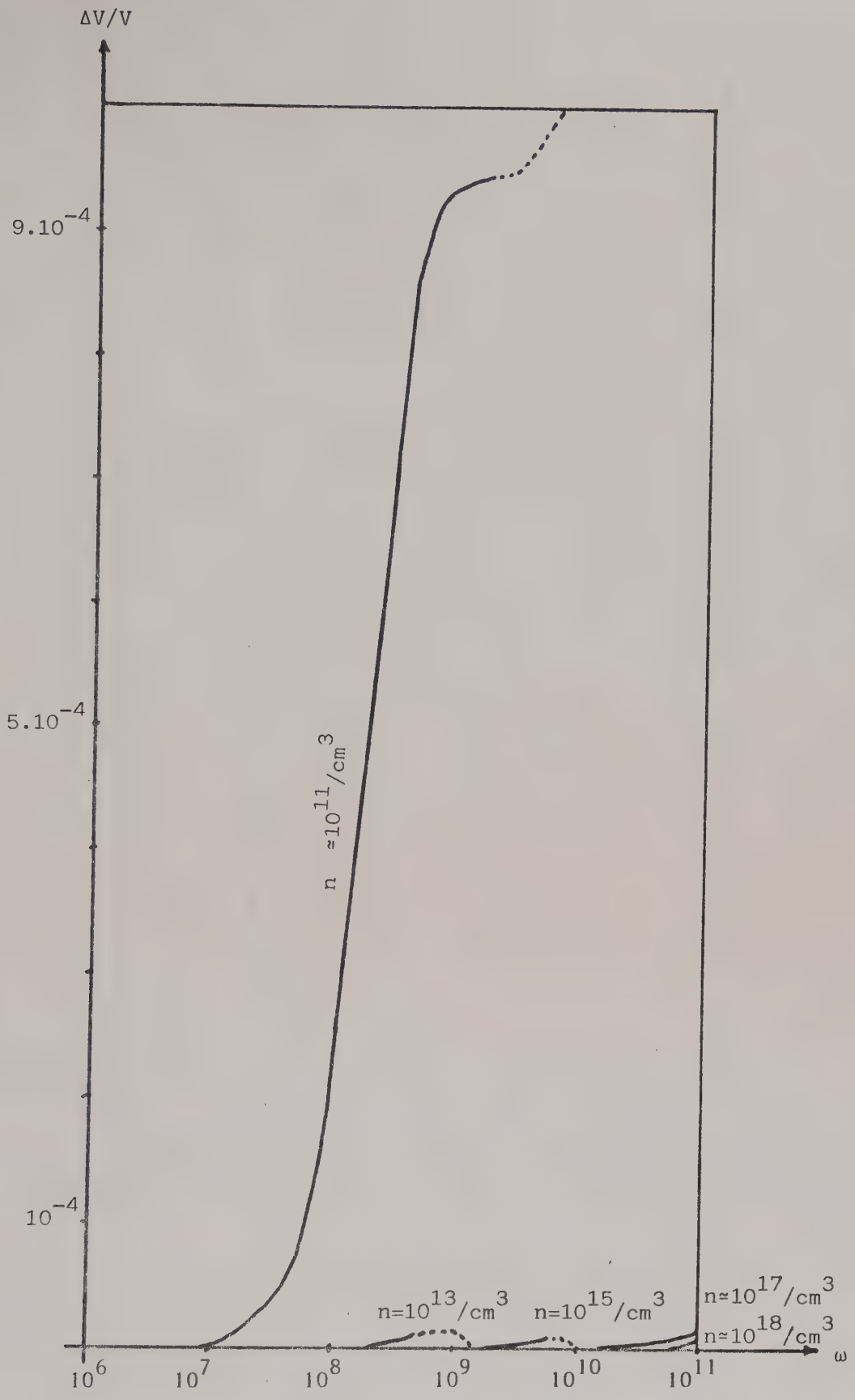
avec e_{ijk} opérateur de Levi-Civita.

Ainsi la variation de vitesse et l'atténuation de l'onde peuvent être déterminées en fonction de la fréquence et pour différents échantillons d'arséniure de gallium. Les échantillons considérés ici sont ceux décrits au paragraphe (IV.1.b) (voir fig. B10 et B11).

Pour chaque échantillon, ces résultats sont en accord qualitatif avec ceux obtenus en appliquant la théorie unidirectionnelle à basse fréquence, mais, plus la fréquence augmente, plus ces résultats diffèrent entre eux. La raison est que la valeur χ_4 de la quatrième racine varie avec la fréquence et lorsque la fréquence augmente, χ_4 se rapproche de la valeur χ_3 (voisine de 1) au point de former une racine double. Elle n'est donc pas négligeable. En effet, il est possible d'avoir une approximation des valeurs des quatre racines χ_1, χ_2, χ_3, χ_4 sans résoudre entièrement le problème. L'équation permettant d'obtenir χ_r $r \in \{1,2,3,4\}$ s'écrit sous la forme :

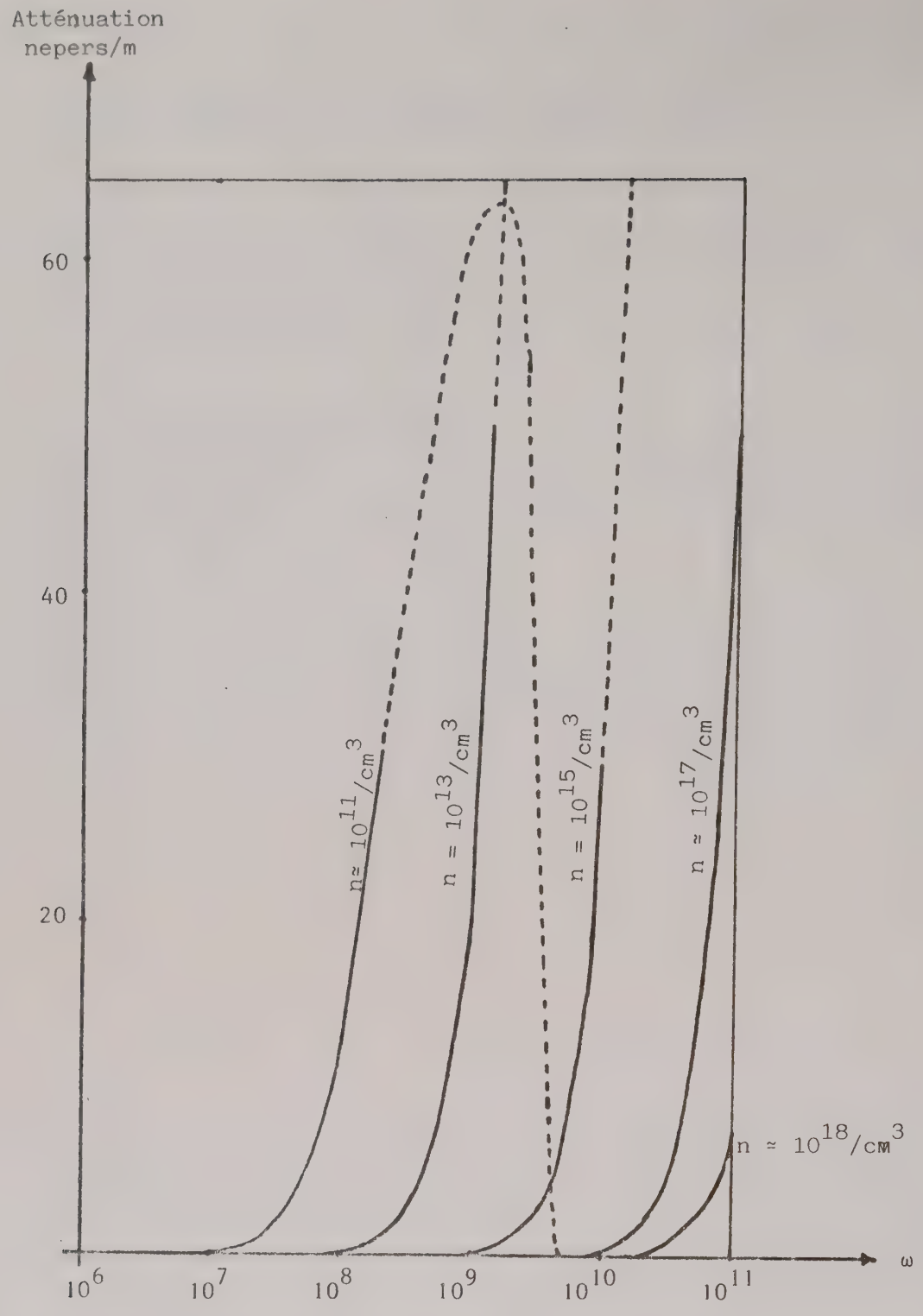
$$P_k(\chi) = 0 = A_8(k)\chi^8 + A_6(k)\chi^6 + A_4(k)\chi^4 + A_2(k)\chi^2 + A_0(k)$$

Le phénomène semiconducteur étant faible par rapport au phénomène élastique $k \simeq k_0$, et le polynôme P_k possède toujours deux solutions voisines de celles du cas élastique χ_1^e et χ_2^e. Le faible couplage électromécanique entraîne qu'une des racines demeure voisine de 1. Toutes ces raisons font que les racines de P_k sont voisines de celles de P_{ko}. La résolution de $P_{ko}(\chi) = 0$ pour différents échantillons et différentes fréquences donne quatre valeurs de χ à partie réelle positive dont deux sont voisines de χ_1^e et χ_2^e et une au moins est voisine de 1. La figure B12 représente une approximation de la valeur de la partie réelle de χ_4 en fonction de la fréquence d'une part, et d'autre part en fonction du dopage de l'AsGa. Les parties en pointillé représentent les différents lieux où le quatrième mode n'est plus négligeable.



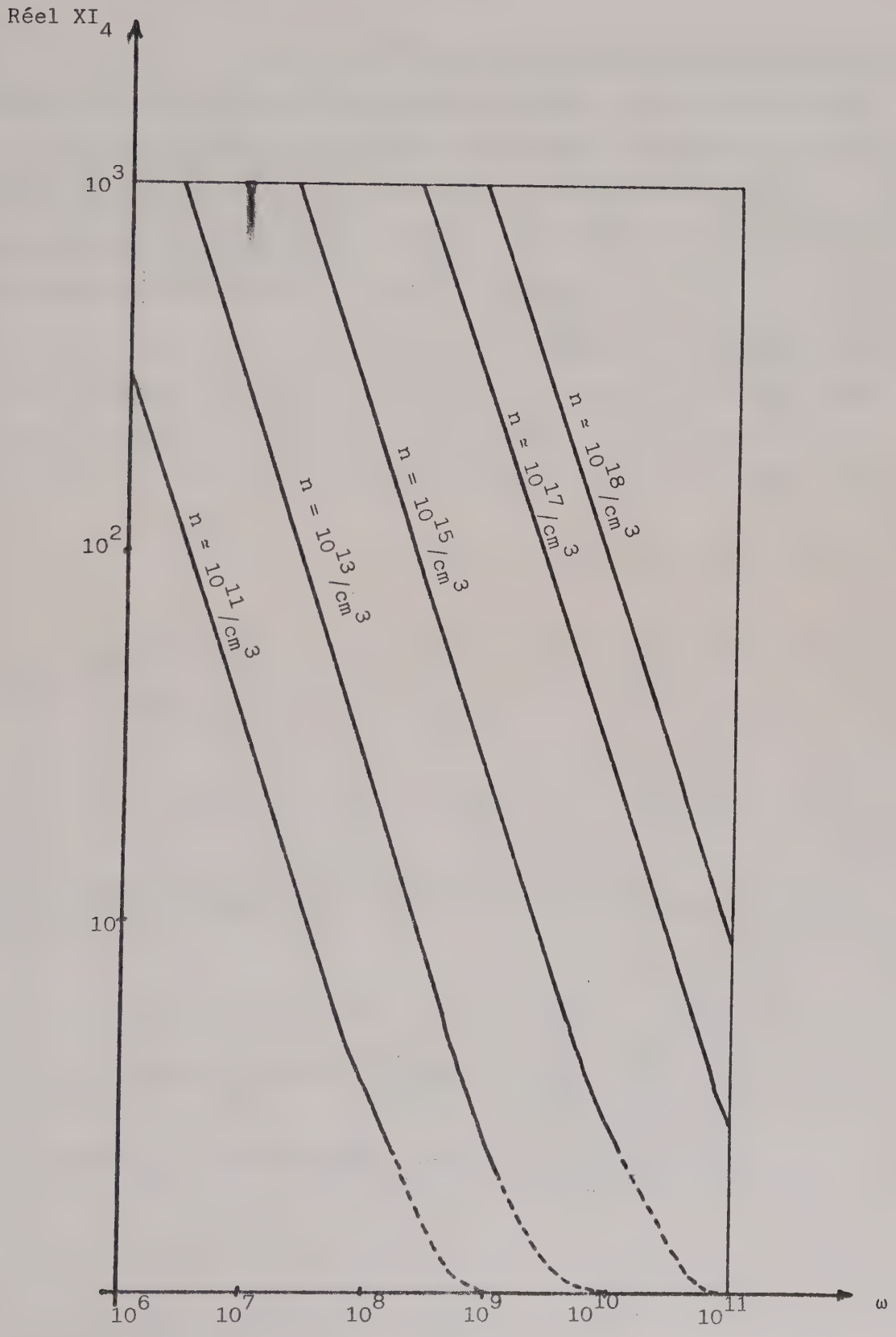
AsGa - Onde de Rayleigh - direction [101] - coupe (010)
Cas où le quatrième mode est négligé

Fig. B-10



AsGa - Onde de Rayleigh - direction [101] - coupe (010)
Cas où le quatrième mode est négligé

Fig. B-11



AsGa - Onde de Rayleigh - direction [101] - coupe (010)

Fig. B-12

Le désaccord qualitatif qui apparaît entre la théorie négligeant χ_4 et la théorie des ondes de volume appliquée aux ondes de Rayleigh s'explique par le fait qu'il existe pour les valeurs de fréquence et de dopage telles que le quatrième mode ne soit plus négligeable (cf parties en pointillé sur les figures B-10 et B-11).

2) **Résolution avec quatre modes partiels**

Cette résolution est possible si une condition aux limites est ajoutée. Cette condition est que la composante normale de la densité de courant est nulle à la surface. Cela revient à considérer les charges de surface nulles. Quatre conditions aux limites sont alors considérées : la tension mécanique sur la surface libre du cristal est nulle, la composante normale de la densité de courant y est nulle, la composante normale de l'induction électrique est continue au passage de la surface.

$$T_{22} = T_{21} = 0$$

$$J_{n1} = 0$$

$$\mathcal{D}_{n1} = \mathcal{D}_{n2}$$

Ces conditions s'expriment sous la forme :

$$\sum_{r=1}^{4} A_r \left[C_{44}\left(-a_2^{(r)} \frac{jk}{\sqrt{2}} + a_1^{(r)} \chi_r k\right) - \frac{jk}{\sqrt{2}} e\, a_4^{(r)} \right] = \sum_{r=1}^{4} A_r \lambda_r(\alpha) = 0$$

$$\sum_{r=1}^{4} A_r \left[-2 \frac{jkC_{12}a_1^{(r)}}{\sqrt{2}} + C_{11}\chi_r k\, a_2^{(r)} \right] = \sum_{r=1}^{4} A_r \alpha_r(\alpha) = 0$$

$$\sum_{r=1}^{4} A_r \left(-\sigma_o k\chi\, a_4^{(r)} - D\chi_r k \left[-ek^2 a_2^{(r)} - 4 \frac{je}{\sqrt{2}} k^2 \chi_r a_1^{(r)} - \varepsilon a_4^{(r)} (\chi_r^2 k^2 - k^2) \right] \right.$$

$$\left. = \sum_{r=1}^{4} A_r \mu_r(\alpha) = 0 \right.$$

$$\sum_{r=1}^{4} A_r \left[-2 \frac{ejk}{\sqrt{2}} a_1^{(r)} - \varepsilon \chi_r k a_4^{(r)} - \varepsilon_o k a_4^{(r)} \right] = \Sigma\, A_r \gamma_r(\alpha) = 0$$

Les quatre racines à partie réelle positive (χ_1, χ_2, χ_3, χ_4) de la condition de compatibilité des trois équations d'équilibre retenues sont cherchées sous la forme :

$$\chi_i = \chi_i^0 + \delta\chi_i(\alpha) \qquad i \in \{1,2,3,4\} \qquad \text{avec} \quad \left|\frac{\delta\chi_i}{\chi_i}\right| \ll 1$$

et χ_i^0 représente les racines à partie réelle positive de la condition de compatibilité lorsque k y est considéré égal à k_o.

$\delta\chi_i$ est obtenu par la relation :

$$\delta\chi_i(\alpha) = - \frac{P_k(\chi_i{}^0)}{P_k(\chi_i^0)}$$

Comme k^n est approché par $k_o(1+n\alpha)$, un développement au premier ordre en α permet d'approcher $P_k(\chi_i^o)$ par $P_{ko}(\chi_i^o) + \alpha C$, et $P'_k(\chi_i^o)$ par $P'_{ko}(\chi_i^o) + \alpha D$, C et D étant des constantes dépendant des caractéristiques du matériau.
Or $P_{ko}(\chi_i^0) = 0$, par définition de χ_i^0, donc au premier ordre en α

$$\delta\chi_i(\alpha) = \frac{\alpha c}{P'_{k_o}(\chi_i^0)}$$

Si P'_{ko} possède une racine double, $P_k(\chi_i^0)$ doit être développé au second ordre en α et le terme αD doit être considéré.

χ_i est donc connu en fonction de α. La résolution des équations d'équilibre fournit alors les quatre vecteurs propres $\vec{u}_i(\alpha)$ associés aux quatre valeurs χ_i. Les expressions des composantes de ces vecteurs propres, ainsi que celles des coefficients de pénétration sont reportées dans les conditions aux limites qui s'écrivent sous la forme :

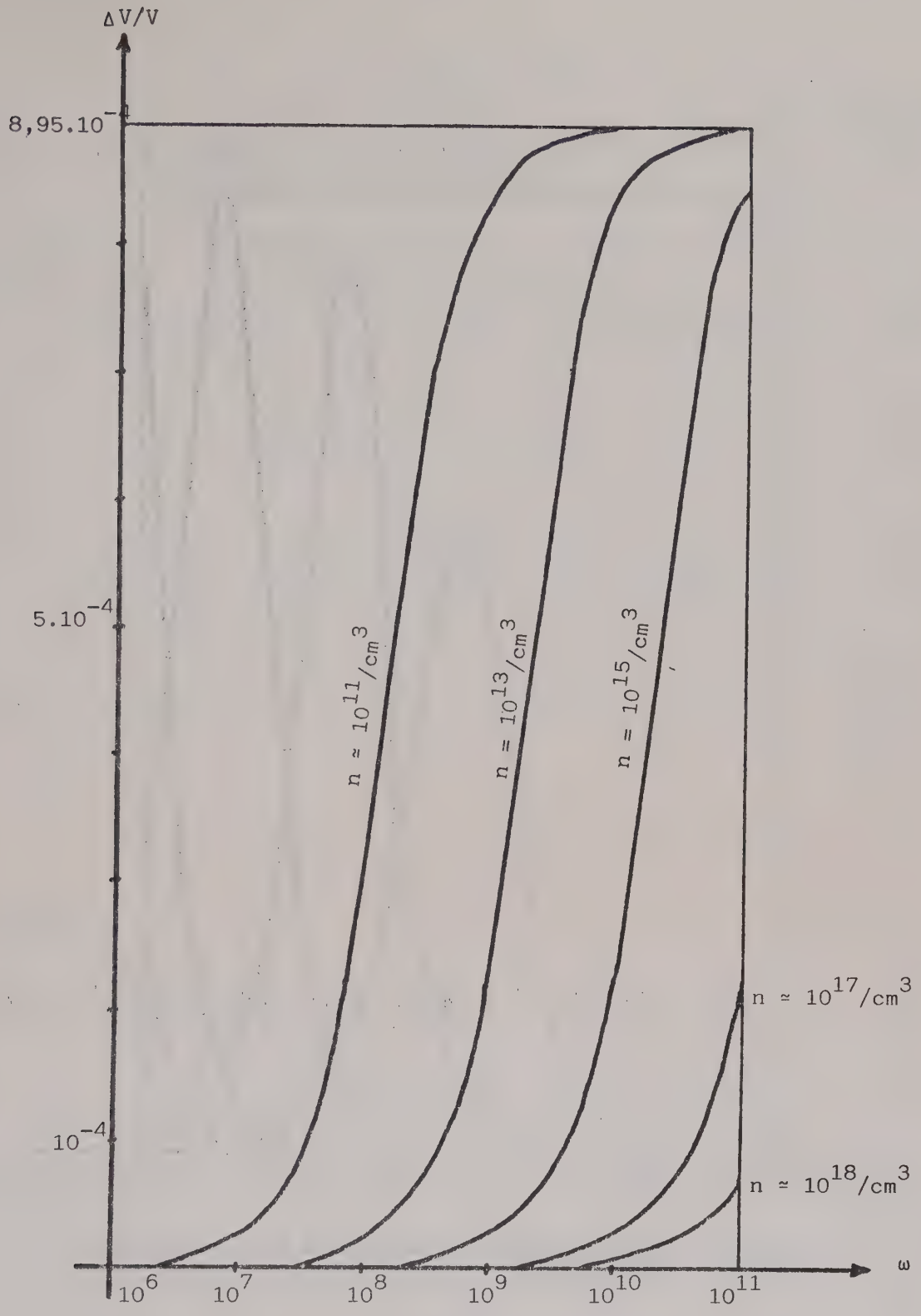
$$T_2(\alpha) \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1(\alpha) & \lambda_2(\alpha) & \lambda_3(\alpha) & \lambda_4(\alpha) \\ \alpha_1(\alpha) & \alpha_2(\alpha) & \alpha_3(\alpha) & \alpha_4(\alpha) \\ \mu_1(\alpha) & \mu_2(\alpha) & \mu_3(\alpha) & \mu_4(\alpha) \\ \gamma_1(\alpha) & \gamma_2(\alpha) & \gamma_3(\alpha) & \gamma_4(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La condition de compatibilité de $T_2(\alpha) = 0$ permet d'obtenir α (fig. B-13). Cette condition est exprimée informatiquement sous la forme :

$$\sum_{r=1}^{4} \sum_{r=1}^{4} \sum_{r=1}^{4} \sum_{r=1}^{4} \lambda_i(\alpha)\, \alpha_j(\alpha)\, \mu_k(\alpha)\, \gamma_i(\alpha)\, e_{ijk\ell} = 0$$

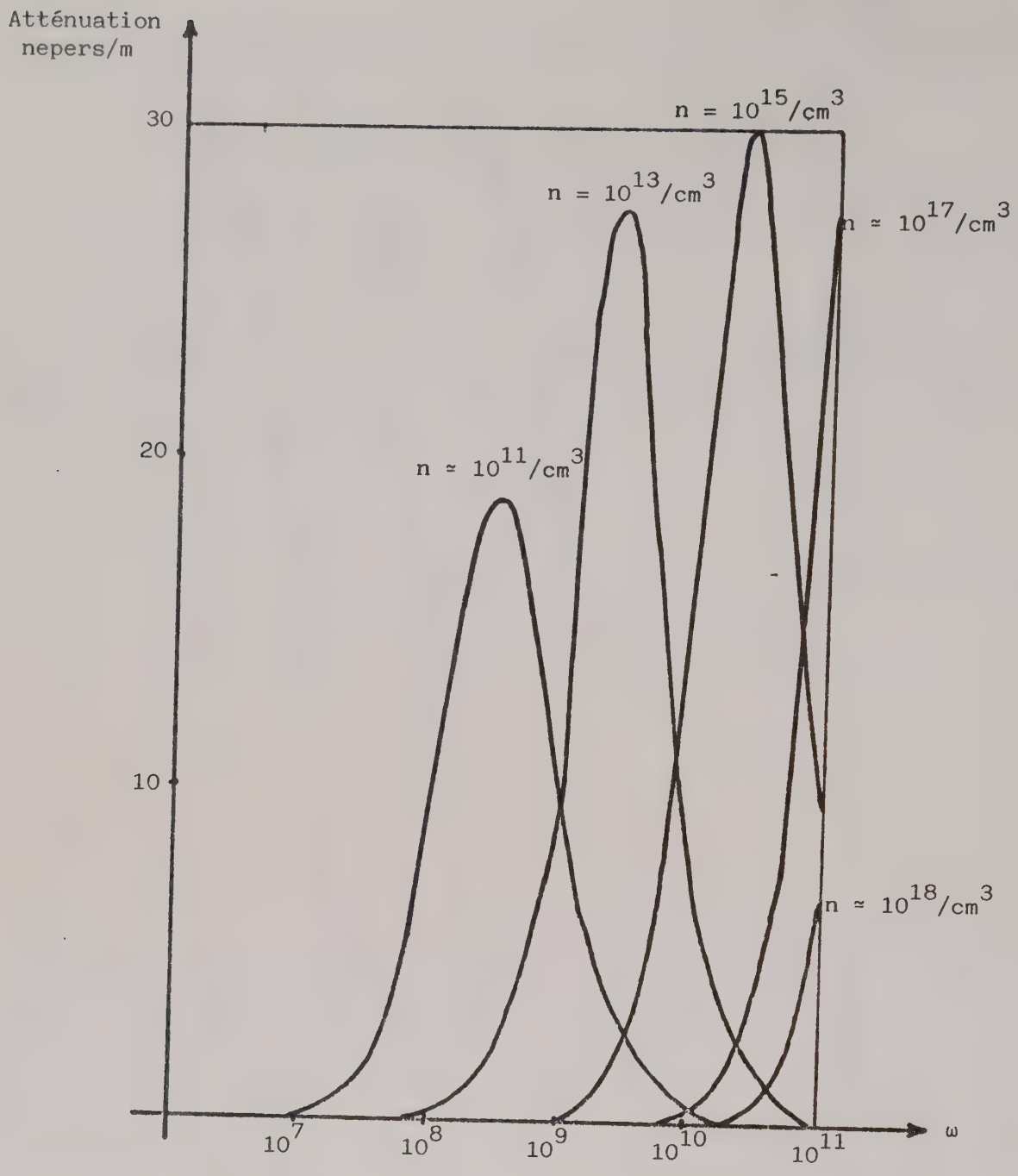
avec $e_{ijk\ell}$ opérateur valant $\begin{cases} 1 \text{ si } ijk\ell \text{ représente une transposition paire} \\ -1 \text{ si } ijk\ell \text{ représente une transposition impaire} \\ 0 \text{ dans les autres cas.} \end{cases}$

Les courbes B-13 et B-14 indiquent l'évolution de la vitesse de l'onde ainsi que celle de son atténuation en fonction de la fréquence pour les échantillons décrits au paragraphe (IV.1.5).



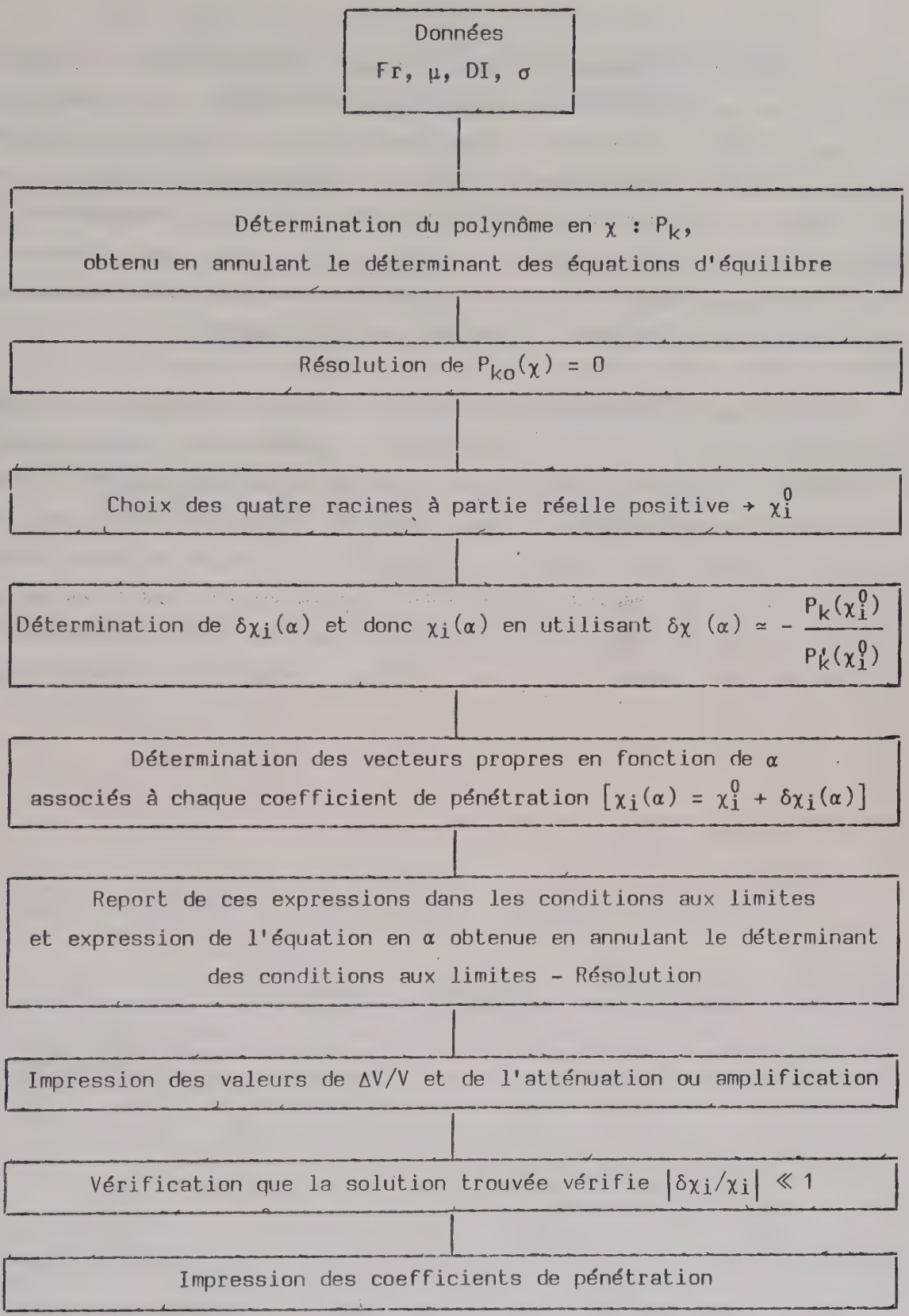
AsGa - Onde de Rayleigh - direction [101] - coupe (010)
Charges de surface nulles

Fig. B-13



AsGa - Onde de Rayleigh - direction [101] - coupe (010)
Charges de surface nulles

Fig. B-14


Données
Fr, μ, DI, σ
Détermination du polynôme en χ : P_k,
obtenu en annulant le déterminant des équations d'équilibre
Résolution de $P_{ko}(\chi) = 0$
Choix des quatre racines à partie réelle positive → χ_i^0
Détermination de $\delta\chi_i(\alpha)$ et donc $\chi_i(\alpha)$ en utilisant $\delta\chi(\alpha) \simeq -\frac{P_k(\chi_i^0)}{P_k'(\chi_i^0)}$
Détermination des vecteurs propres en fonction de α
associés à chaque coefficient de pénétration $[\chi_i(\alpha) = \chi_i^0 + \delta\chi_i(\alpha)]$
Report de ces expressions dans les conditions aux limites
et expression de l'équation en α obtenue en annulant le déterminant
des conditions aux limites - Résolution
Impression des valeurs de ΔV/V et de l'atténuation ou amplification
Vérification que la solution trouvée vérifie $|\delta\chi_i/\chi_i| \ll 1$
Impression des coefficients de pénétration

VI - CONCLUSION

L'étude linéaire de l'interaction onde de volume - électrons dans un matériau piézoélectrique semiconducteur ne présente pas de problèmes. Elle montre que la vitesse de l'onde transversale se propageant dans l'arséniure de gallium suivant la direction [101] dépasse 3 346 m/s (vitesse de cette onde dans le cas où l'AsGa est supposé "purement élastique") d'une valeur dépendant de la fréquence d'excitation de l'onde et du dopage. Cette valeur peut atteindre 6 m/s. Cette onde présente des pics d'atténuation pour certaines fréquences, et ces pics peuvent atteindre 7 dB/cm pour certains dopages.

Par contre, l'étude linéaire onde de Rayleigh - électrons présente des problèmes du fait de l'apparition d'un mode partiel supplémentaire. L'approximation qui consiste à négliger ce nouveau mode ne présente pas beaucoup d'intérêts car son domaine d'application est trop restreint. L'hypothèse d'une charge de surface nulle fournit des résultats intéressants. La fréquence d'excitation de l'onde et le dopage du semiconducteur interviennent encore dans la détermination de la vitesse de l'onde et de son atténuation. Des variations de vitesse de l'ordre de 2 m/s peuvent être ainsi obtenues et des pics d'atténuation de l'ordre de 3 dB/cm.

C/ - ETUDE DE L'INTERACTION ONDE ELASTIQUE - ELECTRONS DANS UN MATERIAU PIEZOELECTRIQUE ET SEMICONDUCTEUR SOUMIS A UN CHAMP ELECTRIQUE EXTERIEUR

L'étude précédente montre que toute onde élastique traversant un matériau piézoélectrique semiconducteur est atténuée. Néanmoins cette onde peut être amplifiée si un champ électrique continu suffisamment élevé est appliqué au matériau suivant la direction de propagation de l'onde et en sens inverse. De plus, l'application de ce champ électrique continu permet relativement facilement de mofifier la vitesse de l'onde.

I - EQUATIONS D'EQUILIBRE

Le champ électrique à l'intérieur du matériau est la somme d'un champ électrique continu $\overline{E}$ et du champ piézoélectrique $\tilde{E}$: $\vec{E} = \vec{\overline{E}} + \vec{\tilde{E}}$. L'expression de l'équation d'équilibre mécanique demeure inchangée (équation II-3).

Par contre, l'équation d'équilibre électrique est modifiée. Par un raisonnement analogue à celui du paragraphe B-II.3, l'équation de conservation des charges s'écrit :

$$\left[(n_o + n_s)\, q\, \mu\, (\overline{E}_m + \tilde{E}_m) - D\, Q_{,m}\right]_{,m} + \dot{Q} = 0$$

Cette équation est non linéaire par l'intermédiaire du terme $\tilde{n}_s \tilde{E}_{mm}$ qui aura des composantes aux fréquences 0 et 2ω si l'excitation est sinusoïdale. Dans le cas de l'étude de l'onde à la fréquence fondamentale, ce terme sera

négligé. En utilisant l'équation de Gauss et en remplaçant par sa valeur, l'équation précédente linéarisée devient :

$$\sigma_o \tilde{E}_{m,m} - \mu \bar{E}_n (e_{ik\ell} u_{k,\ell i} - \varepsilon_{ik} \phi_{,ki})_{,n}$$
$$- D (e_{ik\ell} u_{k,\ell inn} - \varepsilon_{ik} \phi_{,kinn}) + e_{ik\ell} \dot{u}_{k,\ell i} - \varepsilon_{ik} \dot{\phi}_{,ki} = 0$$

II - CAS DES ONDES DE VOLUME

I.1 - Modèle unidimensionnel

I.1.a - établissement du modèle

Le déplacement u et le potentiel ϕ correspondant à l'onde doivent vérifier les équations d'équilibre mécanique et électrique, avec E_o champ continu appliqué :

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + e \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$$

$$-\sigma_o \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \mu E_o \left[e \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} - \varepsilon \frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3} \right] - De \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + D\varepsilon \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} + e \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial x^2} - \varepsilon \frac{\partial^3 \phi}{\partial x^2 \partial t} = 0$$

Dans le cas de solution harmonique u et ϕ se mettent sous la forme :

$$u = u_1 e^{j(\omega t - kx)}$$

$$\phi = \phi_1 e^{j(\omega t - kx)}$$

avec $k = k_o(1 + a + jb)$ (cf. § B.IV.1)

En remplaçant u et ϕ par leurs expressions, le système des équations d'équilibre devient un système de deux équations à deux inconnues u_1 et ϕ_1 linéaires :

$$(\rho\omega^2 - ck^2)u_1 - ek^2\,\phi_1 = 0$$

$$(-Dek^4 - je\omega k^2 - j\mu E_o ek^3)u_1 + (\sigma_o k^2 + \varepsilon\mu E_o jk^3 + D\varepsilon k^4 + j\omega\varepsilon k^2)\,\phi_1 = 0$$

Seule l'annulation du déterminant de ce système permet l'obtention d'une solution non nulle. Il fournit la relation de dispersion suivante :

$$-k^4 D(1+K^2) - j\mu E_o k^3(1+K^2) + k^2\left[-j\omega(1+K^2) - \omega_c + \frac{\omega^2}{\omega_D}\right]$$

$$+ kj\mu\,\frac{E_o}{D}\,\frac{\omega^2}{\omega_D} + \frac{\omega^2}{D\omega_D}\,(\omega_c + j\omega) = 0$$

avec :

$\omega_c = \sigma_o/\varepsilon$ pulsation électrique

$\omega_D = V_o^2/D$ pulsation de diffusion

$K^2 : e^2/\varepsilon c$ coefficient de couplage électromécanique

La variation de vitesse de l'onde correspondante est donnée par :

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{K^2}{2}\,\frac{(1 + \frac{\mu E_o}{V_o})^2 + \frac{D\omega}{V_o^2}\,(\frac{D\omega}{V_o^2} + \frac{\sigma}{\varepsilon\omega})}{(1 + \frac{\mu E_o}{V_o})^2 + (\frac{\sigma}{\varepsilon\omega} + \frac{D\omega^2}{V^2})}$$

et son atténuation est donnée par :

$$\alpha = -\frac{k^2}{2}\,\frac{\omega_c}{V_o}\,\frac{(1 + \frac{\mu E_o}{V_o})}{(1 + \frac{\mu E_o}{V_o})^2 + (\frac{\sigma}{\varepsilon\omega} + \frac{D\omega}{V^2})^2}$$

Les figures C-1 et C-2 représentent l'évolution de ces expressions en fonction du champ E_o.

$$\frac{\sigma}{\varepsilon\omega} + \frac{D\omega}{V_o^2} = \frac{\omega_c}{\omega} + \frac{\omega}{\omega_D}$$

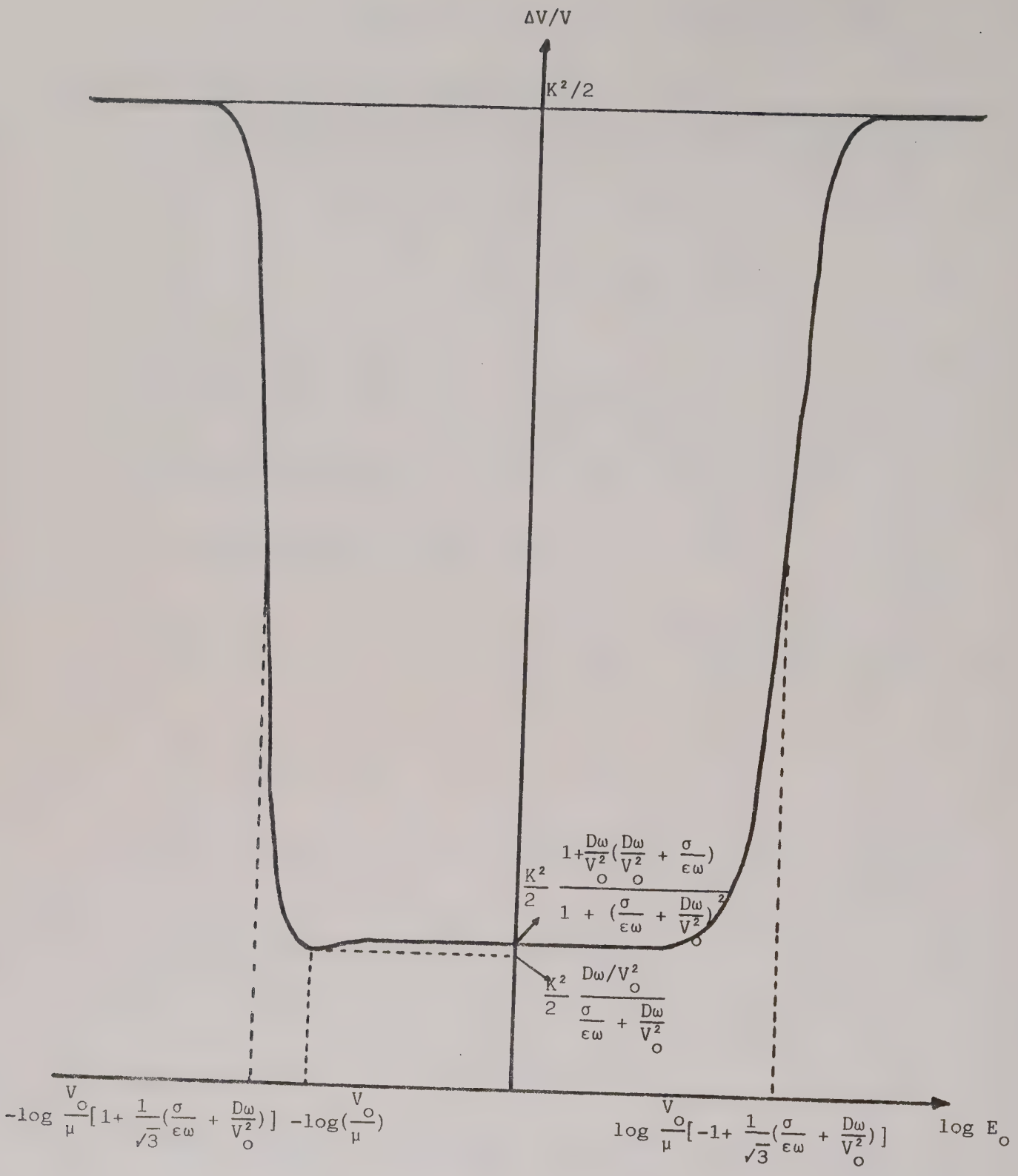

ΔV/V
K²/2
$\frac{K^2}{2}\,\frac{1+\frac{D\omega}{V_o^2}(\frac{D\omega}{V_o^2}+\frac{\sigma}{\varepsilon\omega})}{1+(\frac{\sigma}{\varepsilon\omega}+\frac{D\omega}{V_o^2})^2}$
$\frac{K^2}{2}\,\frac{D\omega/V_o^2}{\frac{\sigma}{\varepsilon\omega}+\frac{D\omega}{V_o^2}}$
$-\log\frac{V_o}{\mu}[1+\frac{1}{\sqrt{3}}(\frac{\sigma}{\varepsilon\omega}+\frac{D\omega}{V_o^2})]$
$-\log(\frac{V_o}{\mu})$
$\log\frac{V_o}{\mu}[-1+\frac{1}{\sqrt{3}}(\frac{\sigma}{\varepsilon\omega}+\frac{D\omega}{V_o^2})]$
$\log E_o$

Fig. C-1

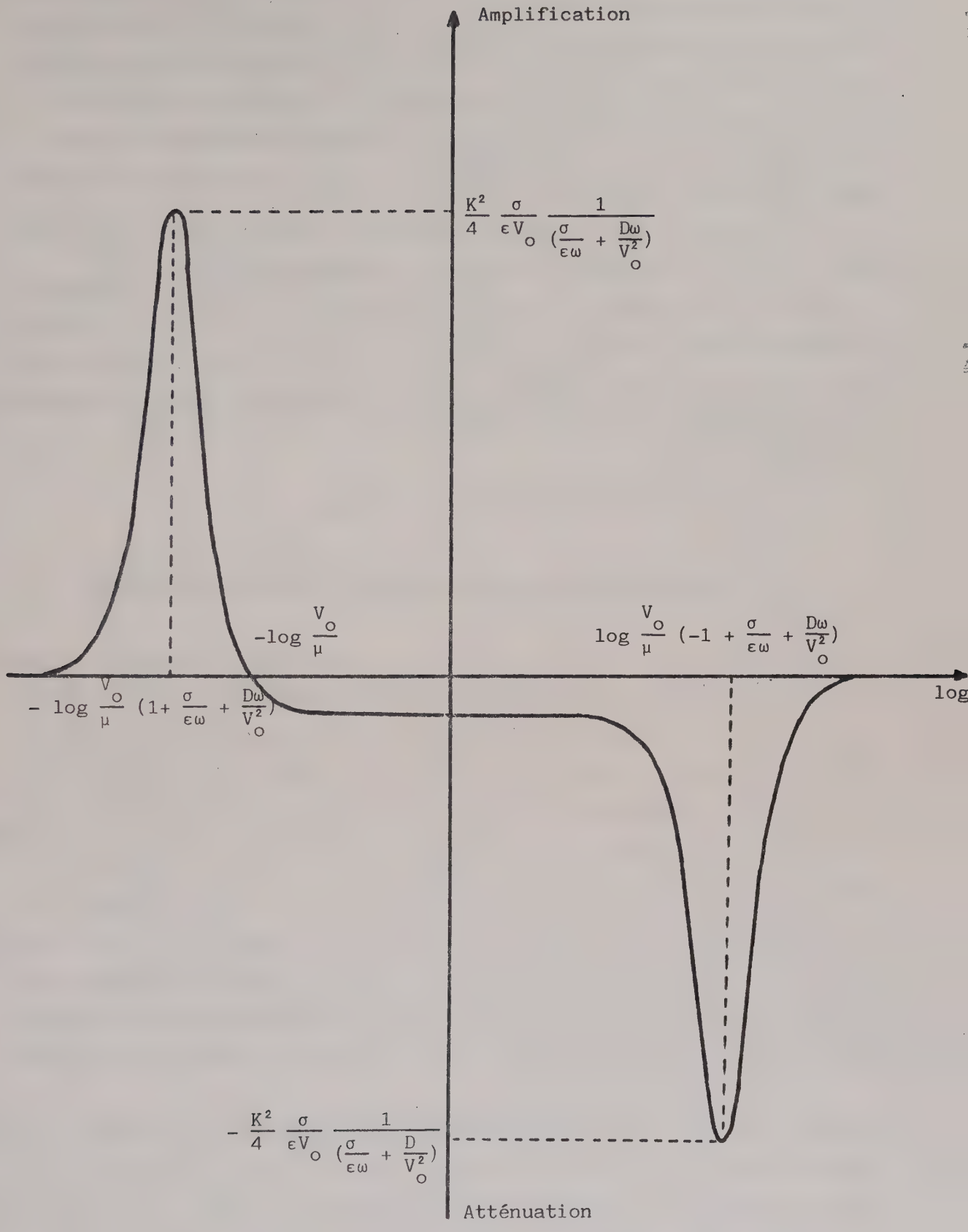

Amplification
$\frac{K^2}{4} \frac{\sigma}{\varepsilon V_o} \frac{1}{(\frac{\sigma}{\varepsilon\omega} + \frac{D\omega}{V_o^2})}$
$-\log \frac{V_o}{\mu}$
$\log \frac{V_o}{\mu} (-1 + \frac{\sigma}{\varepsilon\omega} + \frac{D\omega}{V_o^2})$
$-\log \frac{V_o}{\mu} (1 + \frac{\sigma}{\varepsilon\omega} + \frac{D\omega}{V_o^2})$
log
$-\frac{K^2}{4} \frac{\sigma}{\varepsilon V_o} \frac{1}{(\frac{\sigma}{\varepsilon\omega} + \frac{D}{V_o^2})}$
Atténuation

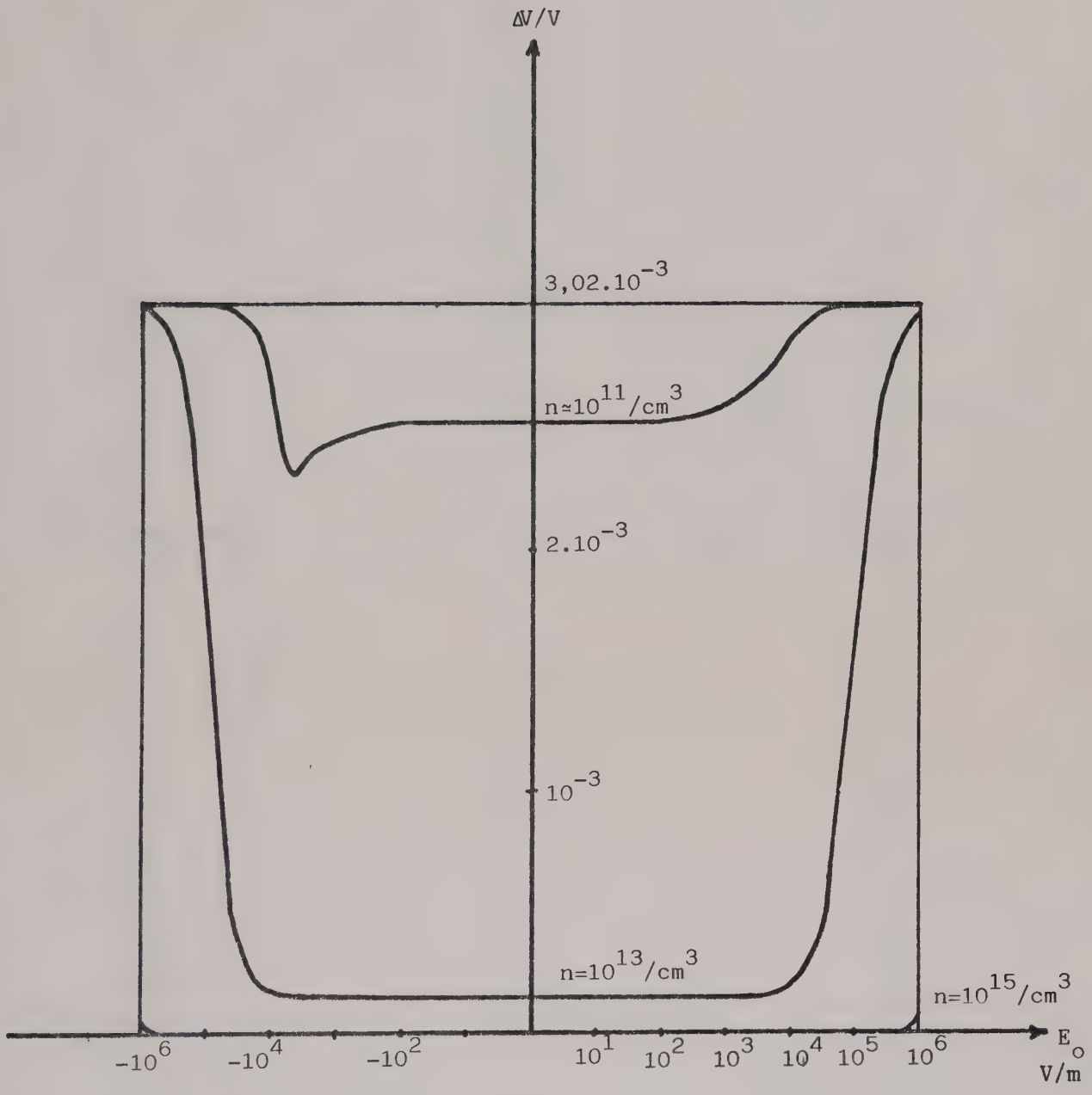
Fig. C-2

Pour une fréquence de travail ω_o faible devant $\sqrt{\omega_c\omega_D}$, le terme de conduction ω_c/ω est prépondérant par rapport au terme de diffusion ω/ω_D. La valeur de l'extremum est alors voisine de $K^2\omega/4V_o$. Il est intéressant alors d'augmenter la fréquence ω_o pour augmenter l'intensité du maximum et pour diminuer la valeur E_{o2} du champ électrique nécessaire pour atteindre ce maximum. Ceci est vérifié pour des semiconducteurs à dopage suffisamment fort car $\omega_c\omega_D = \frac{nq^2V_o^2}{\varepsilon kt}$ avec k constante de Boltzmann, q charge de l'électron, V_o vitesse de l'onde dans le cas "purement élastique", T température en degré Kelvin. (Dans le cas de l'arséniure de gallium à la fréquence 83 MHz, il faut $n > 10^{13}/cm^3$). Par contre, si ω_o est du même ordre ou inférieur à $\sqrt{\omega_c\omega_D}$ (cas des semiconducteurs faiblement dopés $n \leq 10^{11}/cm^3$ dans le cas de l'arséniure de gallium à la fréquence 83 MHz), l'augmentation de la fréquence de travail diminue l'intensité du maximum, augmente son abscisse et réduit la variation de vitesse espérée).

II.1.b - première approche dans le cas de l'Arséniure de Gallium

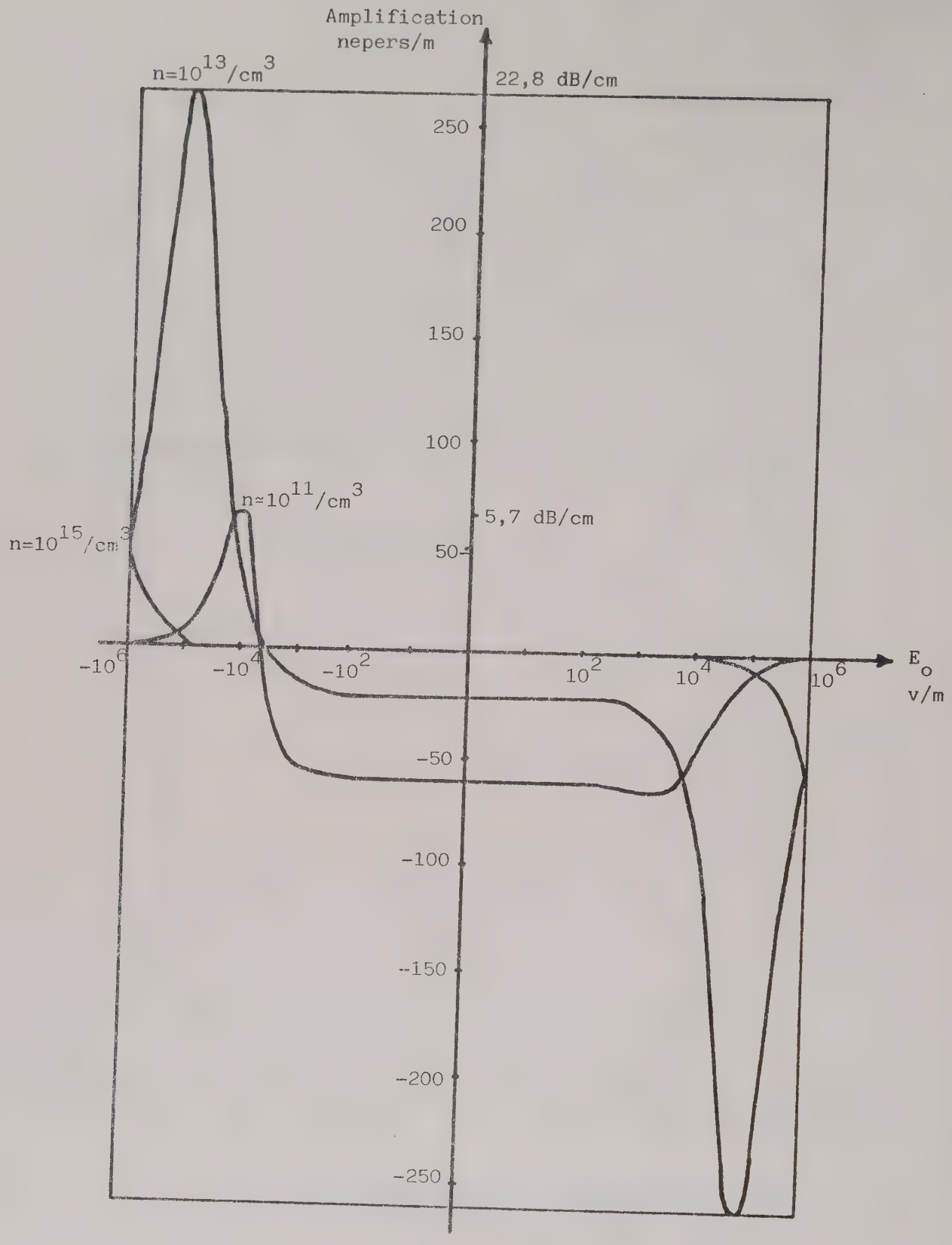
Ce modèle a été ici appliqué à une onde fictive de vitesse égale à celle de l'onde de Rayleigh V_o = 2 862 m/s (cas de la coupe (010) et de la direction [101] afin d'avoir une première approche des phénomènes. Pour cela la vitesse de l'onde de volume a été remplacée par celle de l'onde de Rayleigh. Les applications numériques ont été réalisées pour trois échantillons d'Arséniure de Gallium lorsque l'onde de Rayleigh est excitée à une fréquence 83 MHz puis 300 MHz. Les échantillons considérés ici sont les trois décrits au § IV.1.b sous les numéros 3, 4, 5. Les échantillons dont la concentration de porteurs est supérieure à $10^{15}/cm^3$ n'ont pas été considérés ici car un champ électrique continu appartenant au domaine $[-10^6$ V/m, 10^6 V/m] (domaine de validité de la loi d'Ohm) ne modifie pas les caractéristiques de l'onde de Rayleigh ou de l'onde transversale qui se propagerait dans un tel matériau.

Les courbes C-3, C-4, C-5, et C-6 traduisent la variation de vitesse et l'atténuation (ou amplification) de l'onde de Rayleigh sous l'effet d'un champ électrique continu. Il apparaît qu'un échantillon contenant une concentration de porteurs voisine de $10^{13}/cm^3$ présenterait l'avantage d'un pic d'amplification encore suffisamment élevé qui se produit pour un champ continu accessible ($E_{o2} \simeq 3.10^4$ V/m à la fréquence de 300 MHz).



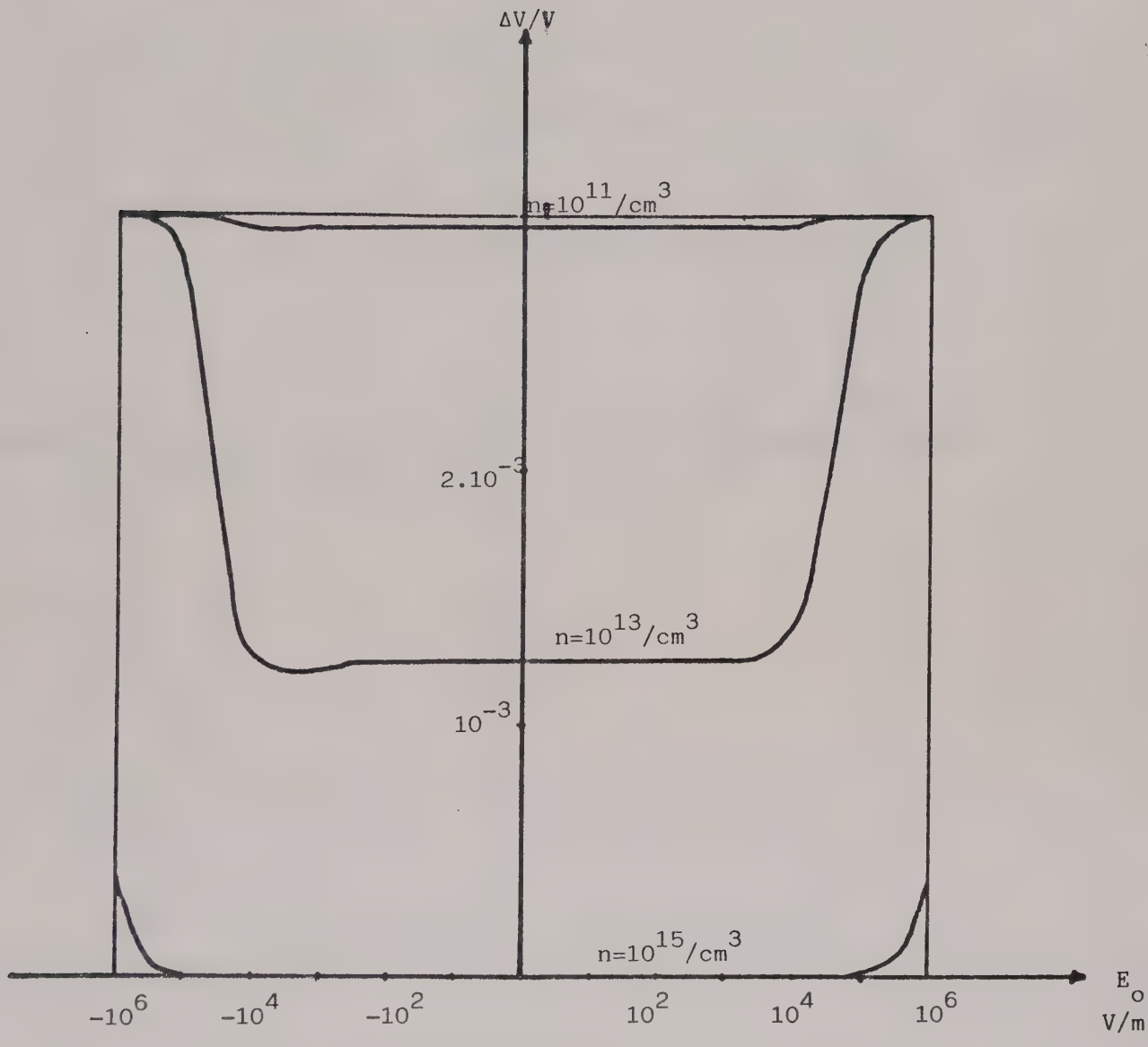
AsGa - Onde fictive de Rayleigh - Fr = 83.10^6 Hz
direction [101] - coupe (010)

Fig. C-3



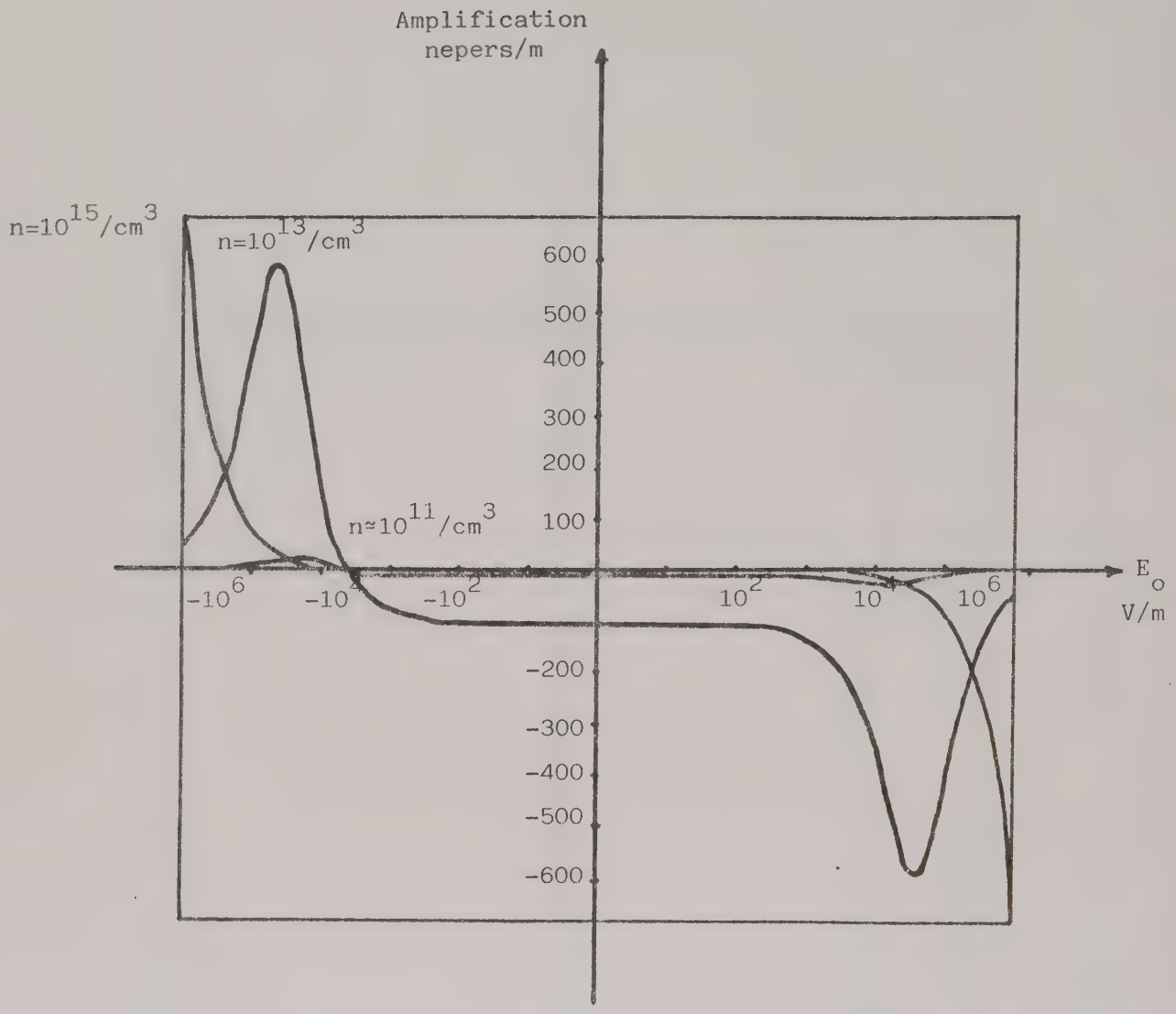
AsGa - Onde fictive de Rayleigh - Fr = 83.10^6 Hz
direction [101] - coupe (010)

Fig. C-4



AsGa - Onde fictive de Rayleigh - Fr = 300.10^6 Hz
direction [101] - coupe (010)

Fig. C-5



AsGa - Onde fictive de Rayleigh - Fr = 300 10^6 Hz
direction [101] - coupe (010)

Fig. C-6

Le paragraphe suivant montre que dans le cas d'ondes de volume dans la direction [110], ce modèle s'applique exactement à l'onde transversale (de vitesse $V_o = \sqrt{C_{44}/\rho}$ lorsque l'AsGa est supposé "purement élastique").

II.2 - Cas des ondes de volume se propageant dans la direction [101]

Les composantes du déplacement et le potentiel sont recherchés sous la forme :

$$u_j = a_j \, e^{j[\omega t - k/\sqrt{2}\,(x_1+x_3)]} \qquad j \in \{1,2,3\}$$

$$\phi = a_4 \, e^{j[\omega t - k/\sqrt{2}(x_1+x_3)]}$$

Ils doivent vérifier les équations d'équilibre mécanique et électrique qui s'écrivent, compte tenu des propriétés de symétrie des différents tenseurs :

$$\rho\ddot{u}_1 = C_{11}\, u_{1,11} + C_{12}\, u_{3,31} + C_{44}(u_{3,13}+u_{1,33})$$

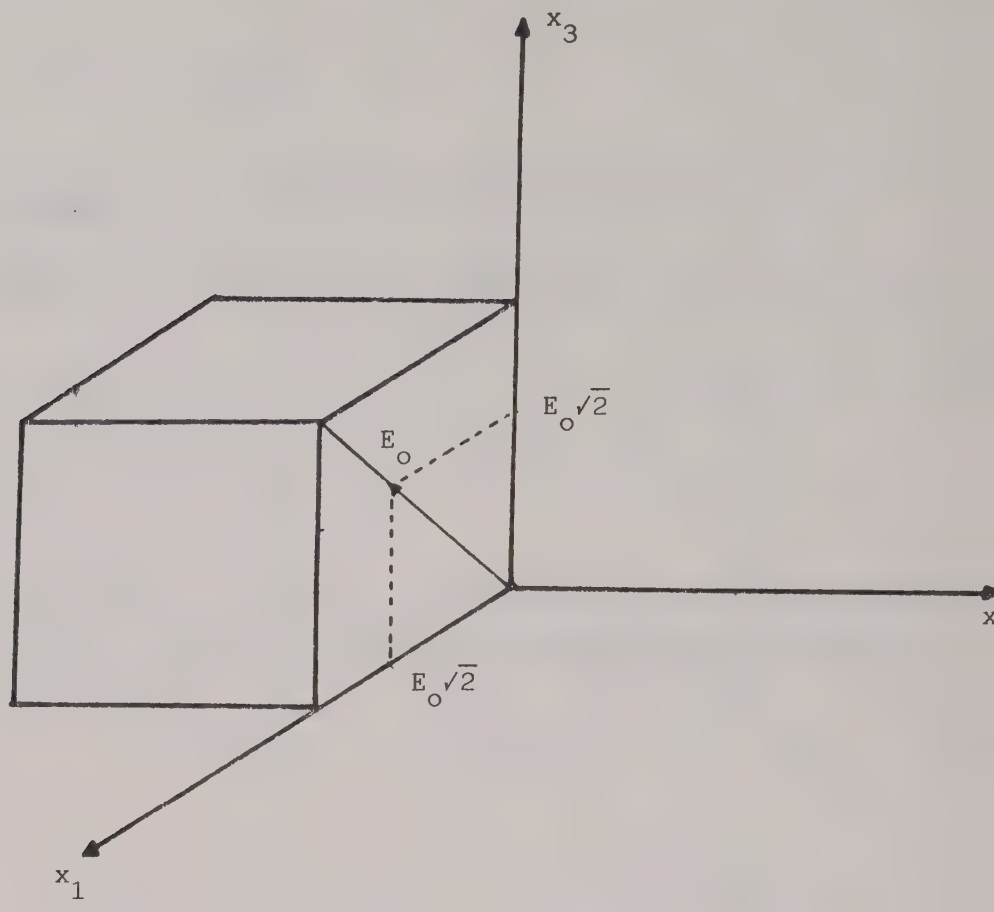
$$\rho\ddot{u}_2 = C_{44}\, u_{2,11} + C_{44}\, u_{2,31} + 2e_{14}\, \phi_{,31}$$

$$\rho\ddot{u}_3 = C_{44}\, u_{1,31} + C_{44}\, u_{3,11} + C_{11}\, u_{3,33} + C_{12}\, u_{1,13}$$

$$-q\mu n_o \phi_{,nn} - \frac{\mu E_o}{\sqrt{2}}\left[e_{14}(u_{2,311}+u_{2,313}+u_{2,131}+u_{2,132}) - \varepsilon\phi_{,ii1} - \varepsilon\phi_{ii3}\right]$$

$$-D\left[e_{14}(u_{2,31}+u_{2,13}) - \varepsilon\phi_{,ii}\right]_{,nn} + \left[e_{14}(\dot{u}_{2,31}+\dot{u}_{2,13}) - \varepsilon\dot{\phi}_{,ii}\right] = 0$$

En effet, si E_o représente le champ électrique continu appliqué suivant la direction de propagation, il existera une composante $E_o/\sqrt{2}$ suivant Ox_1 et Ox_3.



Lorsque les dérivations par rapport aux variables d'espace et par rapport au temps sont effectuées en tenant compte de la forme des composantes du déplacement et du potentiel, le système des équations d'équilibre devient :

$$(u')\begin{cases}\left[\rho\omega^2-\frac{k^2}{2}(C_{11}+C_{44})\right]a_1 & & -\frac{k^2}{2}(C_{12}+C_{44})a_3 & & = 0\\ & (\rho\omega^2-k^2C_{44})a_2 & & -e_{14}k^2a_4 & = 0\\ -\frac{k^2}{2}(C_{12}+C_{44})a_1 & & +\left[\rho\omega^2-\frac{k^2}{2}(C_{11}+C_{44})\right]a_3 & & = 0\\ & -e_{14}(\mu E_0 jk+Dk^2+j\omega)a_2 & & +\left[q\mu n_0+\varepsilon(\mu E_0 jk+Dk^2+j\omega)\right]a_4 & = 0\end{cases}$$

Pour que ce système possède une solution (a_1, a_2, a_3, a_4) non nulle, il faut que son déterminant soit nul. L'annulation de ce déterminant conduit à la relation de dispersion suivante :

$$\left[\rho\omega^2 - \frac{k^2}{2}(C_{11}+2C_{44}+C_{12})\right]\left[\rho\omega^2 - \frac{k^2}{2}(C_{11}-C_{12})\right]\left[-k^4(DEC_{44}+D_c{}^2)\right.$$
$$-k^3(\mu E_o \varepsilon j C_{44}+\mu E_o j e^2) + k^2[-j\omega(\varepsilon C_{44}+e_{14}^2) - \sigma C_{44} + D\varepsilon\rho\omega^2]$$
$$\left. + k\rho\varepsilon\mu E_o j\omega^2 + \rho\omega^2(\sigma+\varepsilon j\omega)\right] = 0$$

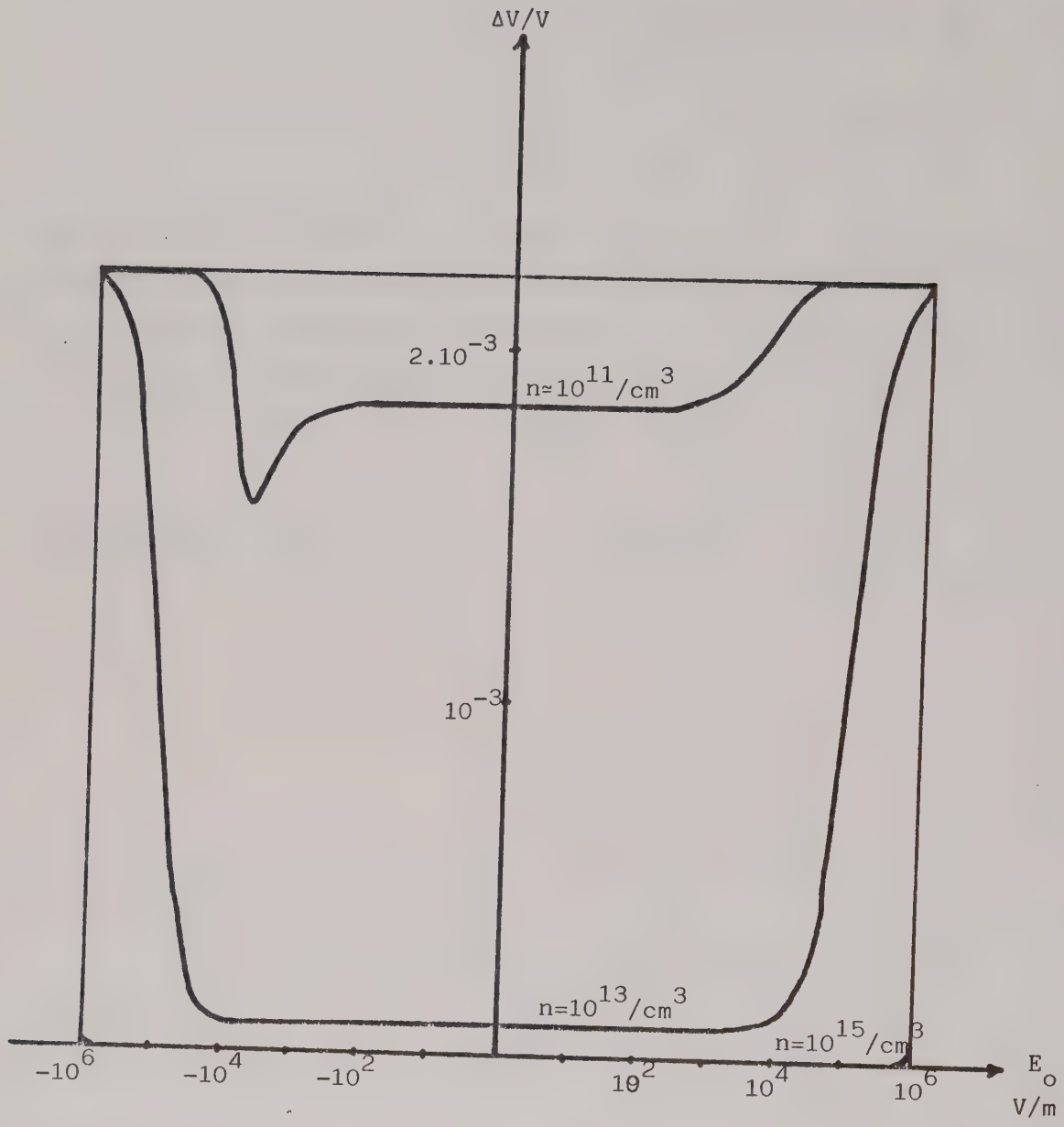
L'annulation des deux premiers crochets conduit à l'obtention des deux ondes non modifiées par le phénomène semiconducteur (une longitudinale et une transversale). L'annulation du troisième crochet montre que l'onde transversale, de vitesse $\sqrt{C_{44}/\rho}$ dans le cas d'un matériau supposé élastique, est modifiée suivant les lois établies par la théorie unidimensionnelle en considérant $e = e_{14}$ et $C = C_{44}$; $V_o = \sqrt{C_{44}/\rho}$.

La variation de vitesse et l'atténuation de cette onde transversale sont donc données par les relations :

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{e_{14}^2}{2\varepsilon C_{44}} \frac{(1+\frac{\mu E_o}{V_o})^2 + \frac{D\omega}{V_o^2}(\frac{D\omega}{V_o^2}+\frac{\sigma}{\varepsilon\omega})}{(1+\frac{\mu E_o}{V_o})^2 + (\frac{\sigma}{\varepsilon\omega}+\frac{D\omega}{V_o})^2}$$

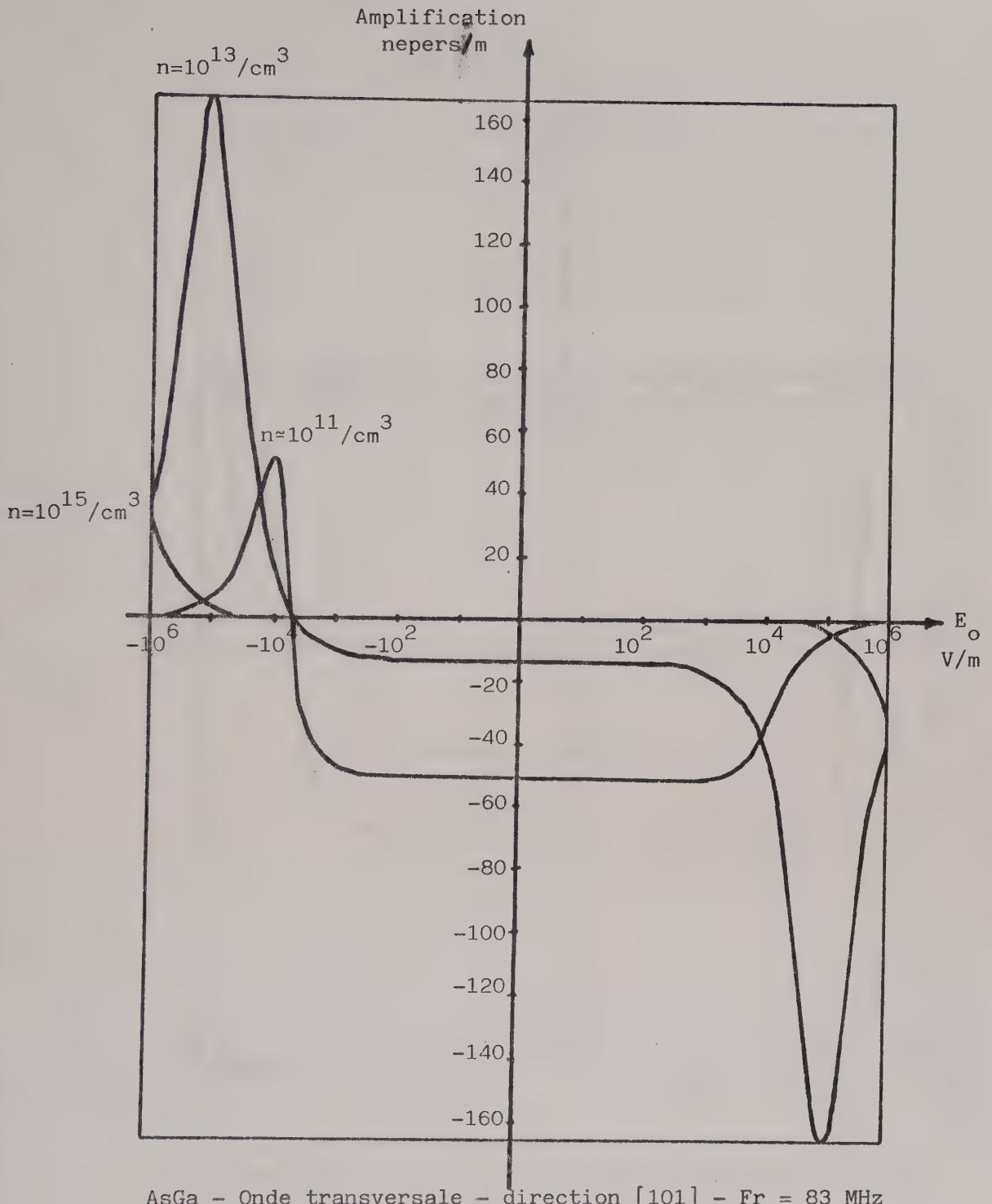
$$\alpha = \frac{-e_{14}^2\,\sigma_o}{2\varepsilon^2 C_{44} V_o} \frac{(1+\mu E_o/V_o)}{(1+\frac{\mu E_o}{V_o})^2 + (\frac{\sigma}{\varepsilon\omega}+\frac{D\omega}{V_o^2})^2}$$

Les applications numériques ont été réalisées pour les trois échantillons d'arséniure de gallium considérés au paragraphe précédent dans deux cas de fréquence d'excitation = 83 MHz et 300 MHz (cf courbes C-7, C-8, C-9 et C-10).



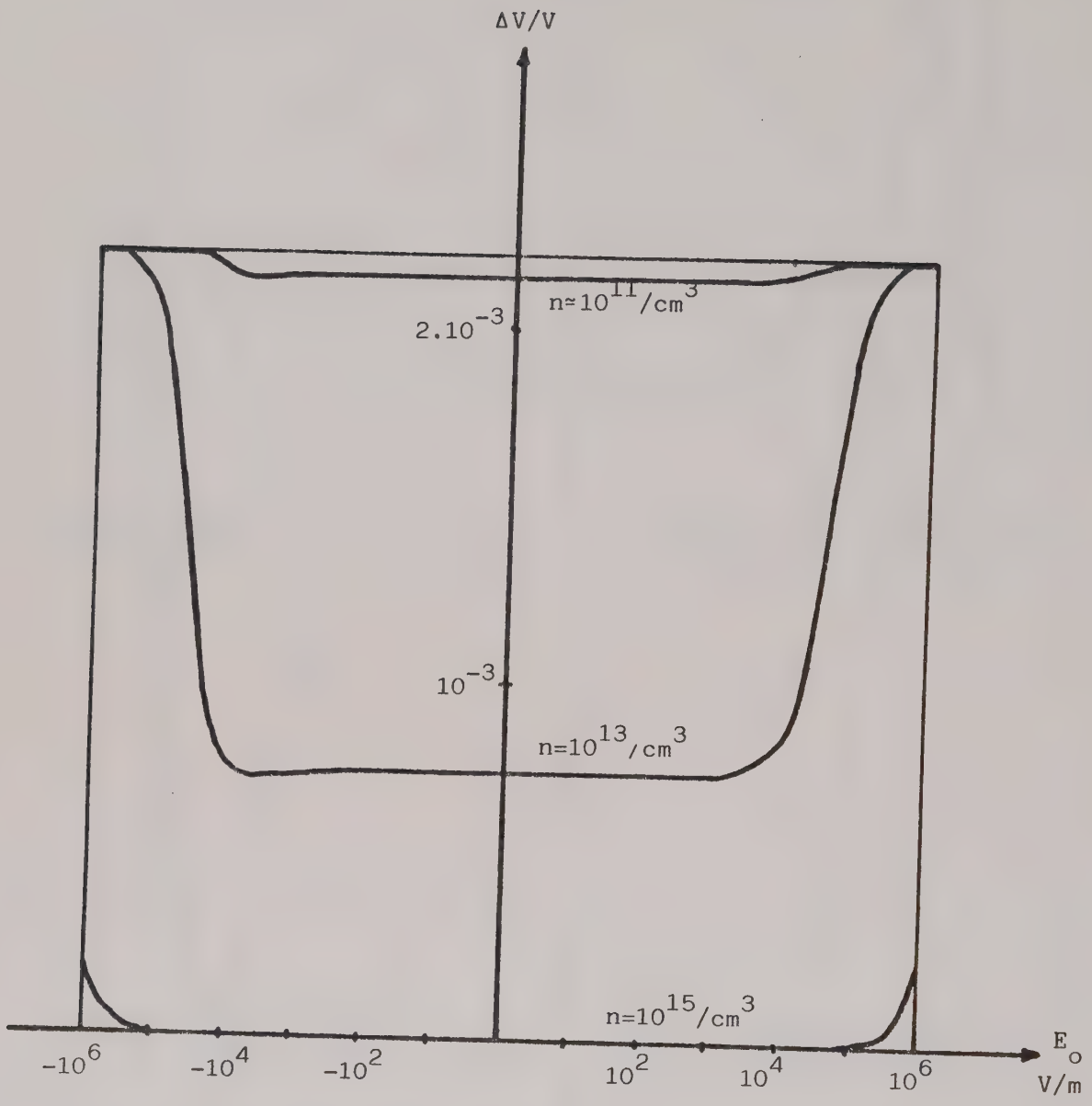
AsGa - Onde transversale - direction [101] - Fr = 83 MHz

Fig. C-7



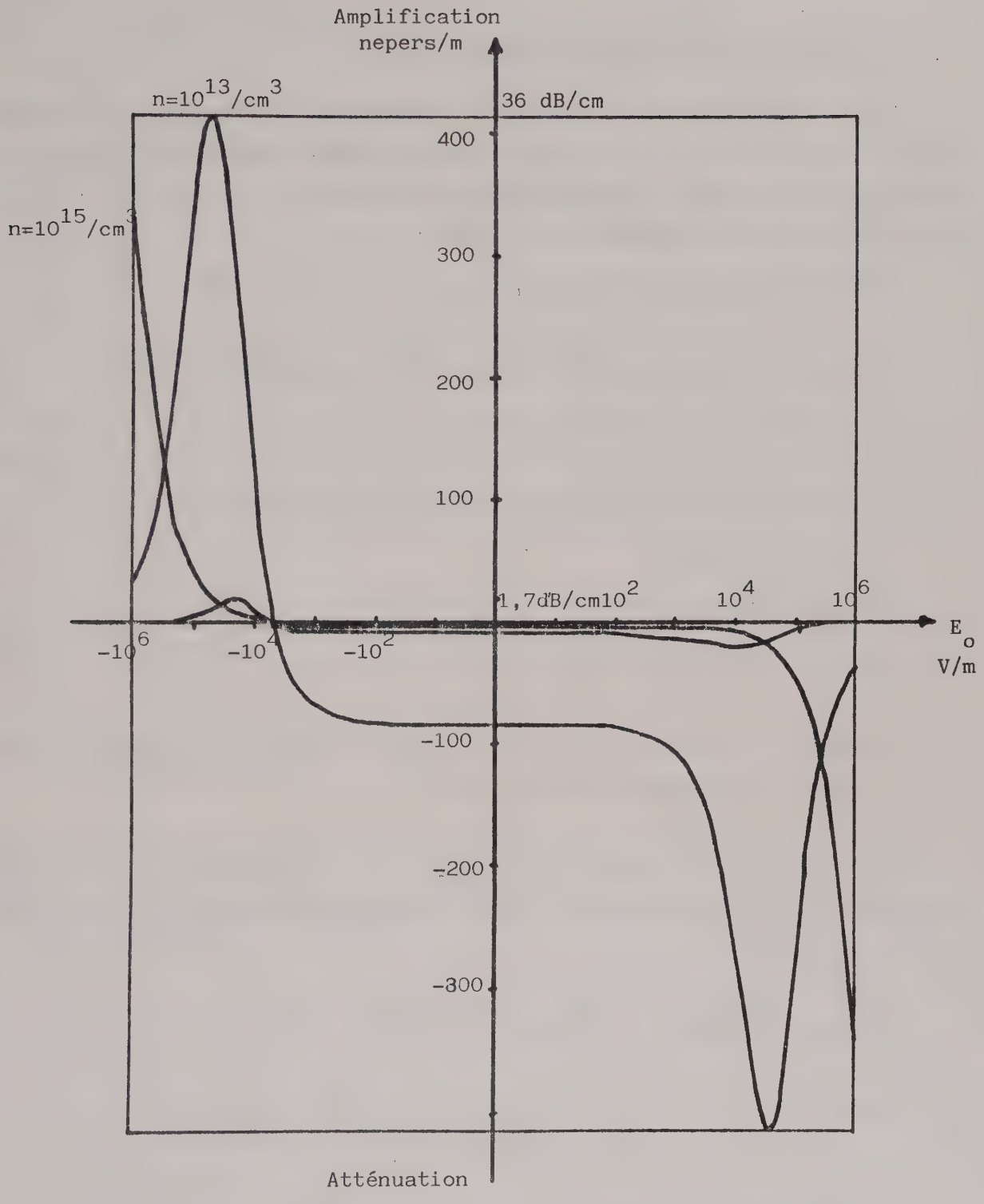
AsGa - Onde transversale - direction [101] - Fr = 83 MHz

Fig. C-8



AsGa - Onde transversale - direction [101] - Fr = 300 MHz

Fig. C-9



AsGa - Onde transversale - direction [101] - Fr = 300 MHz

Fig. C-10

III - CAS DES ONDES DE RAYLEIGH

III.1 - Cas d'une direction quelconque

Le système d'axes choisi est tel que Ox_1 représente la direction de propagation et Ox_2 la normale à la surface. Les différents tenseurs sont exprimés dans ce système d'axes. Les composantes du déplacement u_k et le potentiel ϕ doivent vérifier les équations d'équilibre :

$$\rho \ddot{u}_i = C_{ijk\ell}\, u_{k,j\ell} + e_{kij}\, \phi_{,jk} \qquad i \quad \{1,2,3\}$$

$$\sigma \tilde{E}_{m,m} - \mu \bar{E}_n (e_{ik\ell} u_{k,\ell i} - \varepsilon_{ik} \phi_{,ki})_{,n} - D(e_{ik\ell} u_{k,\ell inn} - \varepsilon_{ik} \phi_{,kinn})$$
$$+ e_{ik\ell} \dot{u}_{k,\ell i} - \varepsilon_{ik} \dot{\phi}_{,ki} = 0$$

et les conditions aux limites suivantes, à la surface $x_2 = 0$

$$T_{12} = T_{22} = T_{32} = 0$$
$$\mathcal{D}_{2_{vide}} - \mathcal{D}_{2_{milieu}} = \rho_s$$
$$J_{2_{vide}} - J_{2_{milieu}} = - \dot{\rho}_s$$

Les problèmes rencontrés au cours de la résolution sont identiques à ceux du § C.V.1. Deux résolutions sont envisagées :

- La cinquième solution partielle introduite par le phénomène de diffusion est négligée. Le problème est alors résolu en considérant la condition aux limites électriques suivante :

$$\mathcal{D}_{2_{vide}} - \mathcal{D}_{2_{milieu}} = - (\dot{J}_{2_{vide}} - \dot{J}_{2_{milieu}})$$

La solution générale est une combinaison de 4 ondes partielles :

$$u_k = \sum_{r=1}^{4} A_r\, a_k^{(r)}\, e^{\chi_r k x_2}\, e^{j(\omega t - k x_1)}$$

$$\phi = \sum_{r=1}^{4} A_r\, a_4^{(r)}\, e^{\chi_r k x_2}\, e^{j(\omega, t - k x_1)}$$

Les conditions aux limites s'écrivent alors :

$$\sum_{r=1}^{4} A_r T_{2i}^{(r)} = 0 \qquad i \in \{1,2,3\} \text{ avec } T_{2i}^{(r)} = C_{i2k\ell} a_k^{(r)} n_\ell^{(r)} + e_{ki2} a_4^{(r)} n_k^{(r)}$$

$$\sum_{r=1}^{4} A_r T_{24}^{(r)} = 0$$

avec :

$$T_{24}^{(r)} = j\sigma_o n_2^{(r)} a_4 + jDk^2 n_2^{(r)} (-e_{ik\ell} a_k^{(r)} n_i^{(r)} n_\ell^{(r)} + \varepsilon_{ik} a_k^{(r)} n_k^{(r)} n_i^{(r)}) + \omega(e_{2k\ell} a_k^{(r)} n_\ell^{(r)} - \varepsilon_{2k} a_4^{(r)} n_k^{(r)} - \varepsilon_o j a_4^{(r)})$$

Elles sont identiques à celles du § C.V.1 car l'introduction d'un champ continu suivant la direction de propagation n'agit pas sur les quantités normales à la surface qui interviennent dans les conditions aux limites électriques.

- les charges de surface sont supposées nulles. Le problème est résolu en considérant les conditions aux limites électriques suivantes :

$$\mathcal{D}_{2_{vide}} - \mathcal{D}_{2_{milieu}} = 0$$

$$J_{2_{vide}} - J_{2_{milieu}} = 0$$

La solution générale est une combinaison linéaire de cinq ondes partielles :

$$u_k = \sum_{r=1}^{5} A_r a_k^{(r)} e^{\chi_r k x_2} e^{j(\omega t - k x_1)}$$

$$\phi = \sum_{r=1}^{5} A_r a_4^{(r)} e^{\chi_r k x_2} e^{j(\omega, t - k x_1)}$$

Les conditions aux limites s'écrivent alors :

$$\sum_{r=1}^{5} A_r T_{2i}^{(r)} = 0 \qquad i \in \{1,2,3\} \text{ avec } T_{2i}^{(r)} = C_{i2k\ell} a_k^{(r)} n_\ell^{(r)} + e_{ki2} a_4^{(r)} n_k^{(r)}$$

$$\sum_{r=1}^{5} A_r T_{24}^{(r)} = 0$$

$$\sum_{r=1}^{5} A_r T_{25}^{(r)} = 0$$

avec :

$$T_{24}^{(r)} = -jk\left[e_{2k\ell}a_k^{(r)}n_\ell^{(r)} - \varepsilon_{2k}a_4^{(r)}n_k^{(r)} - \varepsilon_o j a_4^{(r)}\right]$$

$$T_{25}^{(r)} = j\sigma k n_2^{(r)}a_4^{(r)} + jDk^3 n_2^{(r)}(-e_{ik\ell}a_k^{(r)}n_i^{(r)}n_\ell^{(r)} + \varepsilon_{ik}a_4^{(r)}n_k^{(r)}n_i^{(r)})$$

III.2 - Cas de la coupe (010) et de la direction [101] de l'arséniure de gallium

L'étude est ici réalisée dans le système d'axes cristallins. Les composantes du déplacement u_k et le potentiel ϕ sont encore cherchés sous la forme :

$$u_k = a_k\, e^{\chi k x_2}\, e^{j[\omega t - k/\sqrt{2}(x_1+x_3)]}$$

$$\phi = a_n\, e^{\chi k x_2}\, e^{j[\omega t - k/\sqrt{2}(x_1+x_3)]}$$

Les cosinus directeurs sont $n_1 = 1/\sqrt{2}$, $n_3 = 1/\sqrt{2}$ et par extension $n_2 = j\chi$. Les quantités u_k et ϕ doivent vérifier les équations d'équilibre :

$$\rho\ddot{u}_1 = C_{11}\,u_{1,11} + C_{12}(u_{2,21}+u_{3,31}) + C_{44}(u_{1,22}+u_{2,12}+u_{3,13}+u_{1,33}) + 2e_{14}\,\phi_{,23}$$

$$\rho\ddot{u}_2 = C_{11}\,u_{2,22} + C_{12}(u_{1,12}+u_{3,22}) + C_{44}(u_{1,21}+u_{2,11}+u_{3,23}+u_{2,33}) + 2e_{14}\,\phi_{,13}$$

$$\rho\ddot{u}_3 = C_{11}\,u_{3,33} + C_{12}(u_{1,13}+u_{2,23}) + C_{44}(u_{1,21}+u_{3,11}+u_{2,32}+u_{3,22}) + 2e_{14}\,\phi_{,12}$$

$$-\sigma_o\phi_{,nn} + D\varepsilon\,\phi_{,iinn} - 2De_{14}[u_{2,31}+u_{3,21}+u_{1,32}]_{,nn} + 2e_{14}(\dot{u}_{2,31}+\dot{u}_{3,21}+\dot{u}_{1,32})$$
$$- \dot{\varepsilon}\,\phi_{,nn} + \frac{\mu E_o}{\sqrt{2}}\varepsilon(\phi_{,1nn} + \phi_{,3nn})$$
$$- 2\frac{\mu E_o}{\sqrt{2}}e_{14}[u_{2,311}+u_{3,211}+u_{1,321}+u_{2,313}+u_{3,213}+u_{1,323}] = 0$$

L'introduction de la forme de u_k et de ϕ dans ces équations fournit un système linéaire de quatre équations en a_p, $p \in \{1,2,3,4\}$ dépendant de deux paramètres χ et k. L'annulation du déterminant de ce système fournit une relation du type $Q_k(\chi) \times P_k(\chi) = 0$ avec Q_k polynôme de degré 2 en χ possédant deux racines purement imaginaires et P_k polynôme de degré 8 en χ bicarré possédant quatre racines à partie réelle positive (même démonstration qu'au § B.V.2b).

Une méthode analogue à celle du § B.V.2b permet d'approcher les racines par celles du polynôme P_{k_o}. Il est donc possible de déterminer l'influence du champ électrique sur la partie réelle de la quatrième racine (cf courbes C-11 et C-12). Ces courbes montrent que la méthode consistant à négliger la quatrième racine ne peut être appliquée à des échantillons de dopage inférieur ou égal à $10^{13}/cm^3$ pour des fréquences supérieures ou égales à 83 MHz. Elle peut être appliquée à des échantillons dont la concentration est $> 10^{15}/cm^3$ mais les ondes élastiques s'y propageant sont très peu modifiées par l'application de champs électriques inférieurs à 10^6 V/m.

Cette méthode trop restrictive n'a donc pas été appliquée ici. Dans la suite, nous considérons les charges de surface nulles. Tous les modes partiels sont alors considérés. La solution générale est une combinaison de quatre ondes élémentaires :

$$u_k = \sum_{r=1}^{4} A_r \, a_k^{(r)} \, e^{\chi_r k x_2} \, e^{j[\omega t - k/\sqrt{2}(x_1+x_3)]}$$

$$\phi = \sum_{r=1}^{4} A_r \, a_4^{(r)} \, e^{\chi_r k x_2} \, e^{j[\omega t - k/\sqrt{2}(x_1+x_3)]}$$

Pour des raisons analogues à celles développées au paragraphe B.V.2b, $a_2^{(r)} = a_3^{(r)}$ $\forall$ donc $u_1 = u_3$.

Les coefficients de pénétration χ_i, $i \in \{1,2,3,4\}$ ainsi que les vecteurs propres qui leur sont associés sont développés au premier ordre en α et reportés dans les conditions aux limites.

L'existence d'une solution non nulle (A_1,A_2,A_3,A_4) impose l'annulation du déterminant du système linéaire formé par les conditions aux limites, et cette annulation permet d'obtenir α.

Les applications numériques ont été réalisées pour les trois échantillons d'arséniure de gallium considérés aux paragraphes précédents dans les deux cas de fréquence d'excitation 83 MHz et 300 MHz (cf courbes C-13, C-14, C-15, C-16).

Les courbes C-17 indiquent la maximum de variation de vitesse de l'onde de Rayleigh qu'il est possible d'obtenir en faisant varier le champ électrique appliqué autour de l'abscisse du point d'inflexion (courbes C-18).

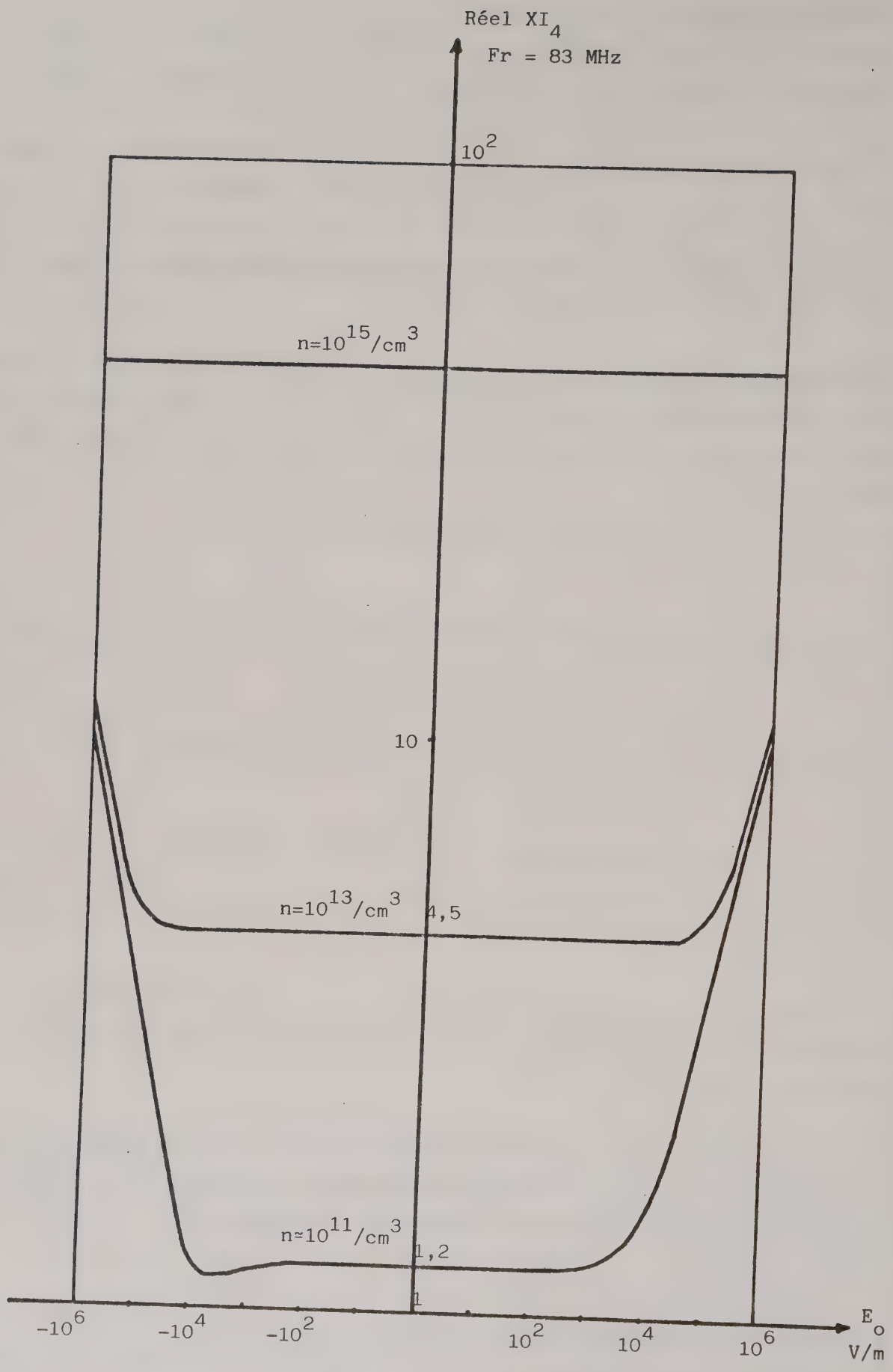

Réel XI_4
Fr = 83 MHz
10^2
$n=10^{15}/cm^3$
10
$n=10^{13}/cm^3$
4,5
$n=10^{11}/cm^3$
1,2
1
-10^6
-10^4
-10^2
10^2
10^4
10^6
E_o
V/m

Fig. 0-11

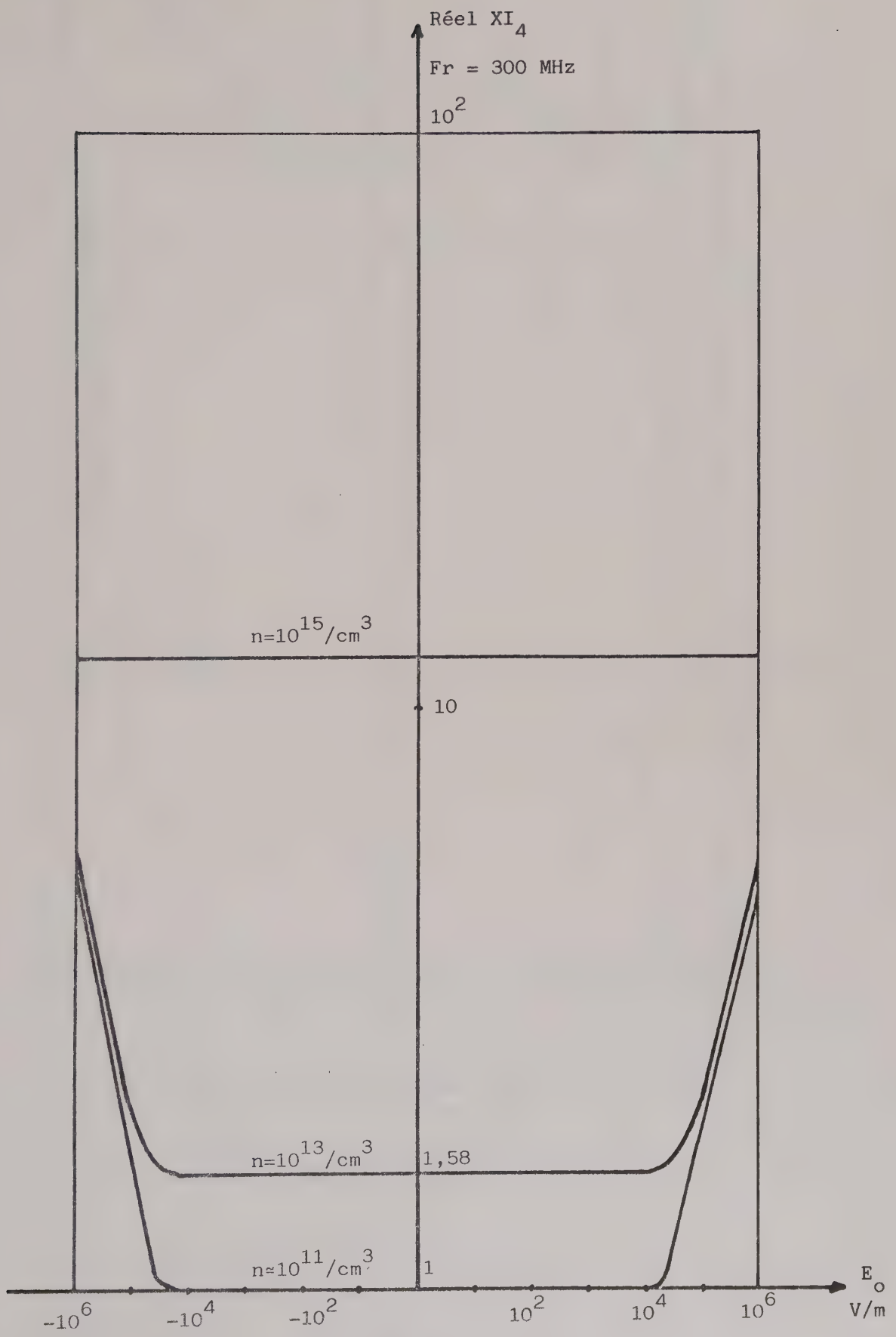
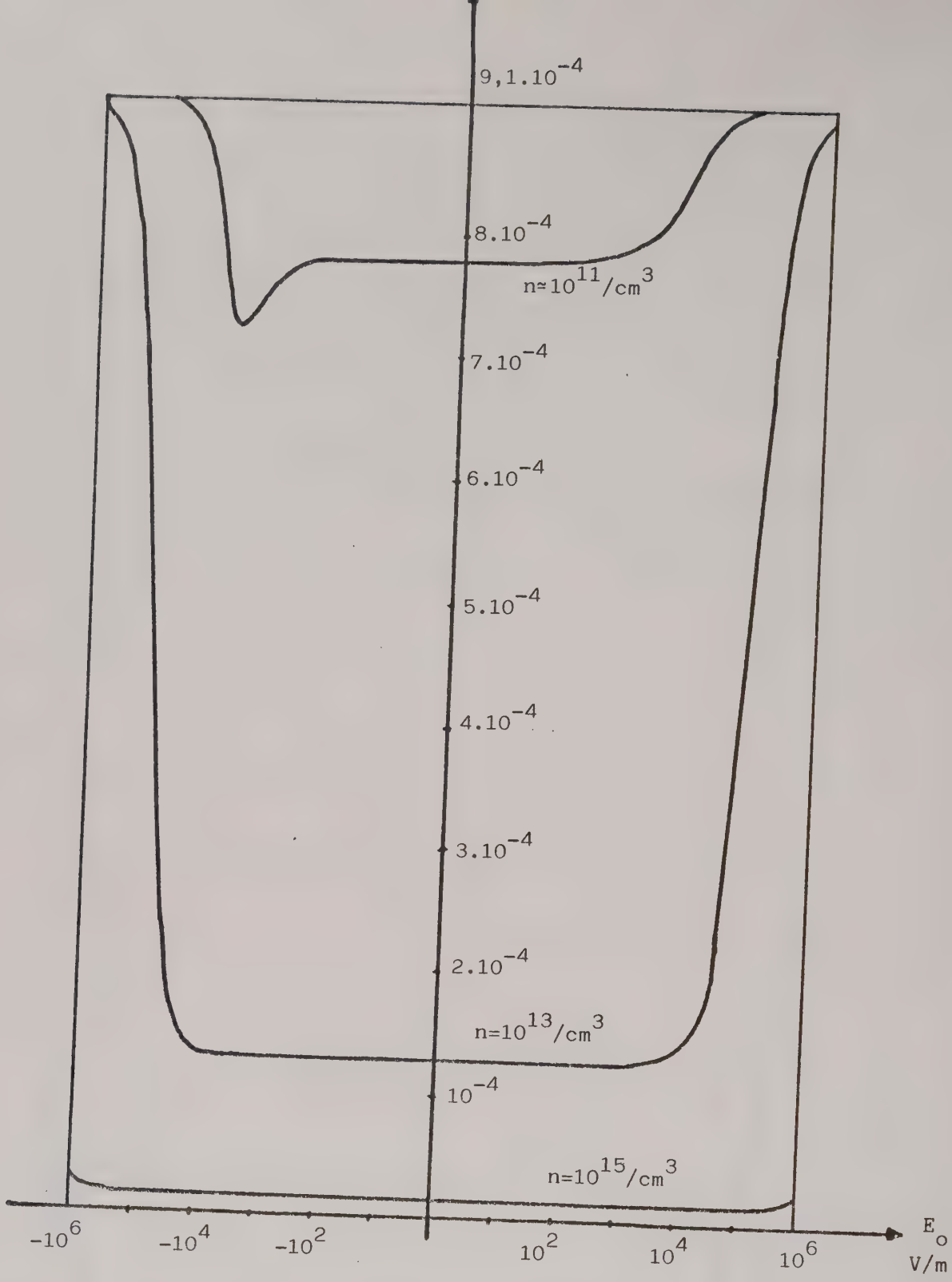
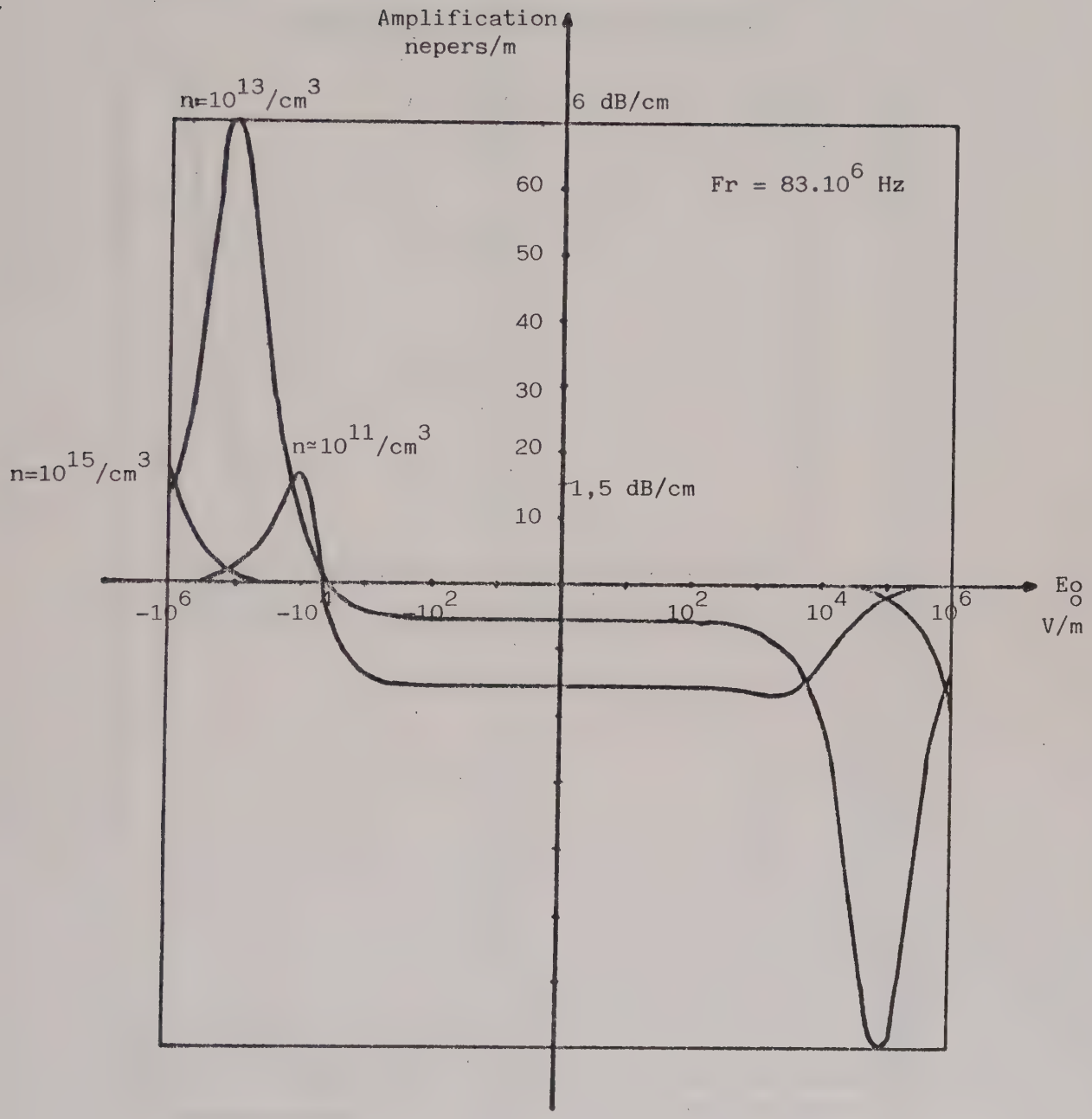

Réel XI_4
Fr = 300 MHz
10^2
$n=10^{15}/cm^3$
10
$n=10^{13}/cm^3$
1,58
$n=10^{11}/cm^3$
1
E_o
V/m
-10^6
-10^4
-10^2
10^2
10^4
10^6

Fig. C-12



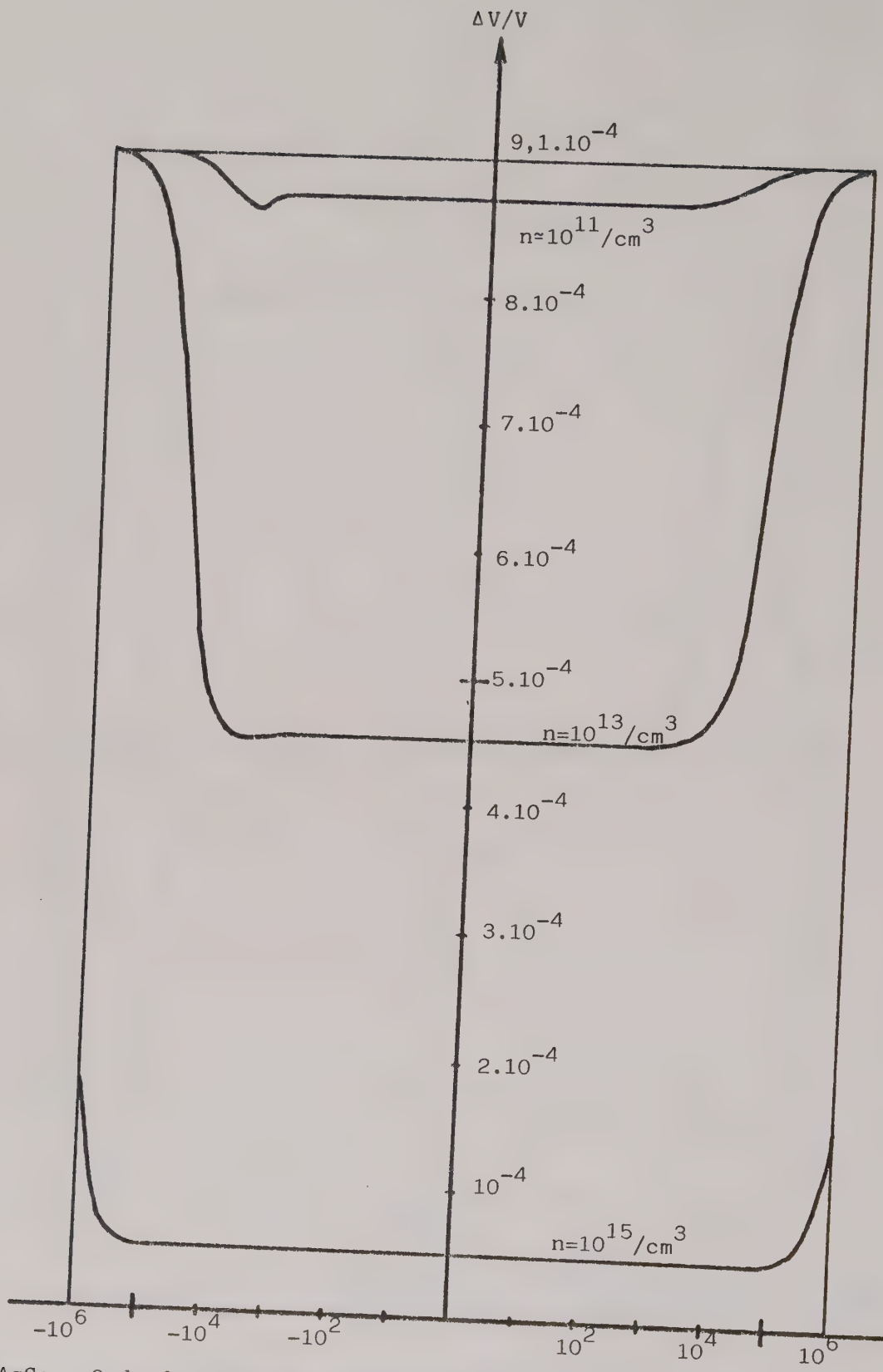
AsGa - Onde de Rayleigh - direction [101] - coupe (010) - Fr = 83.10^6 Hz
charges de surface nulles

Fig. C-13



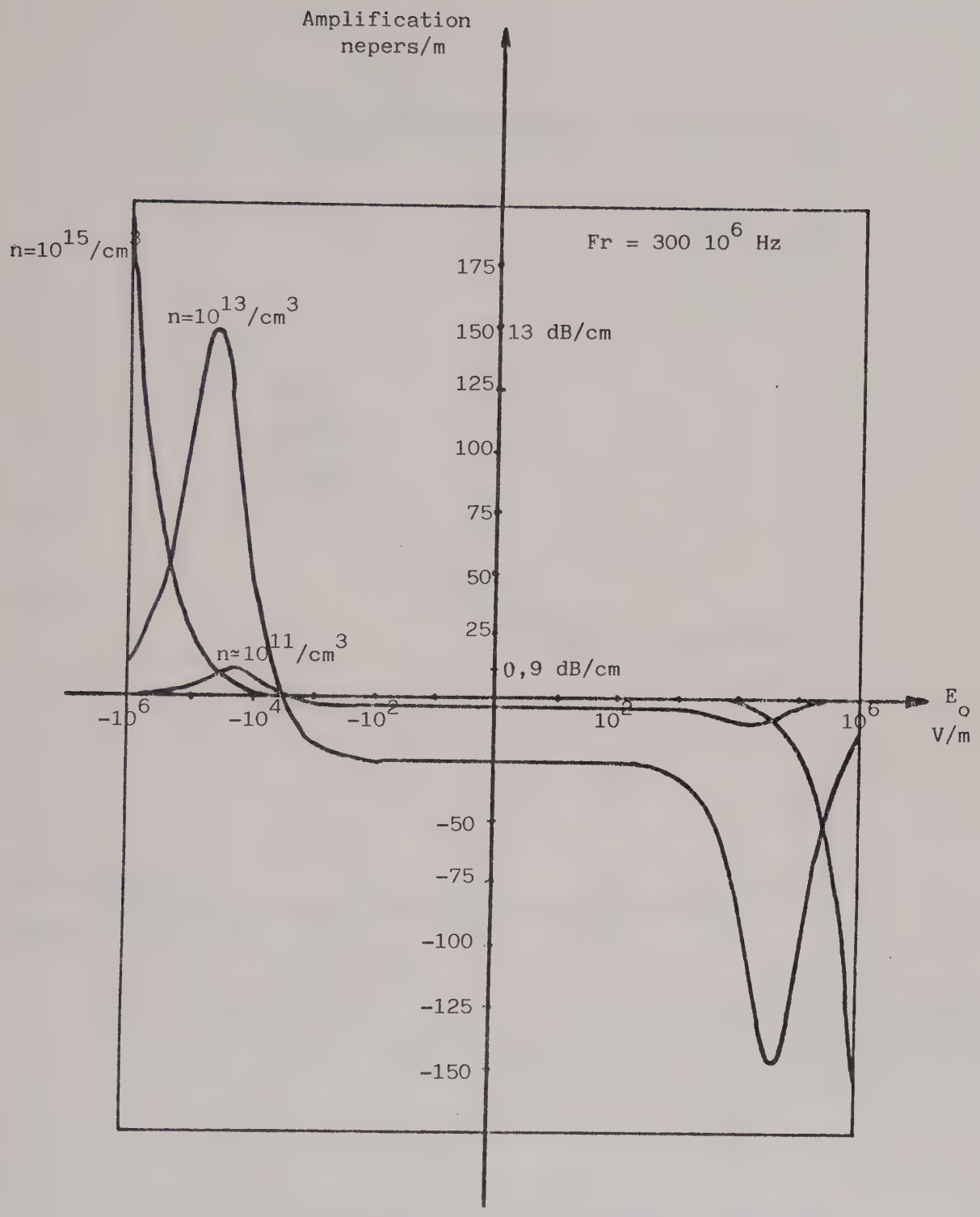
AsGa - Onde de Rayleigh - direction [101] - coupe (010)
charges de surface nulles

Fig. C-14



AsGa - Onde de Rayleigh - direction [101] - coupe (010) - Fr = 300 10^6 Hz
charges de surface nulles

Fig. C-15



AsGa - Onde de Rayleigh - direction [101] - coupe (010)
charges de surface nulles

Fig. C-16

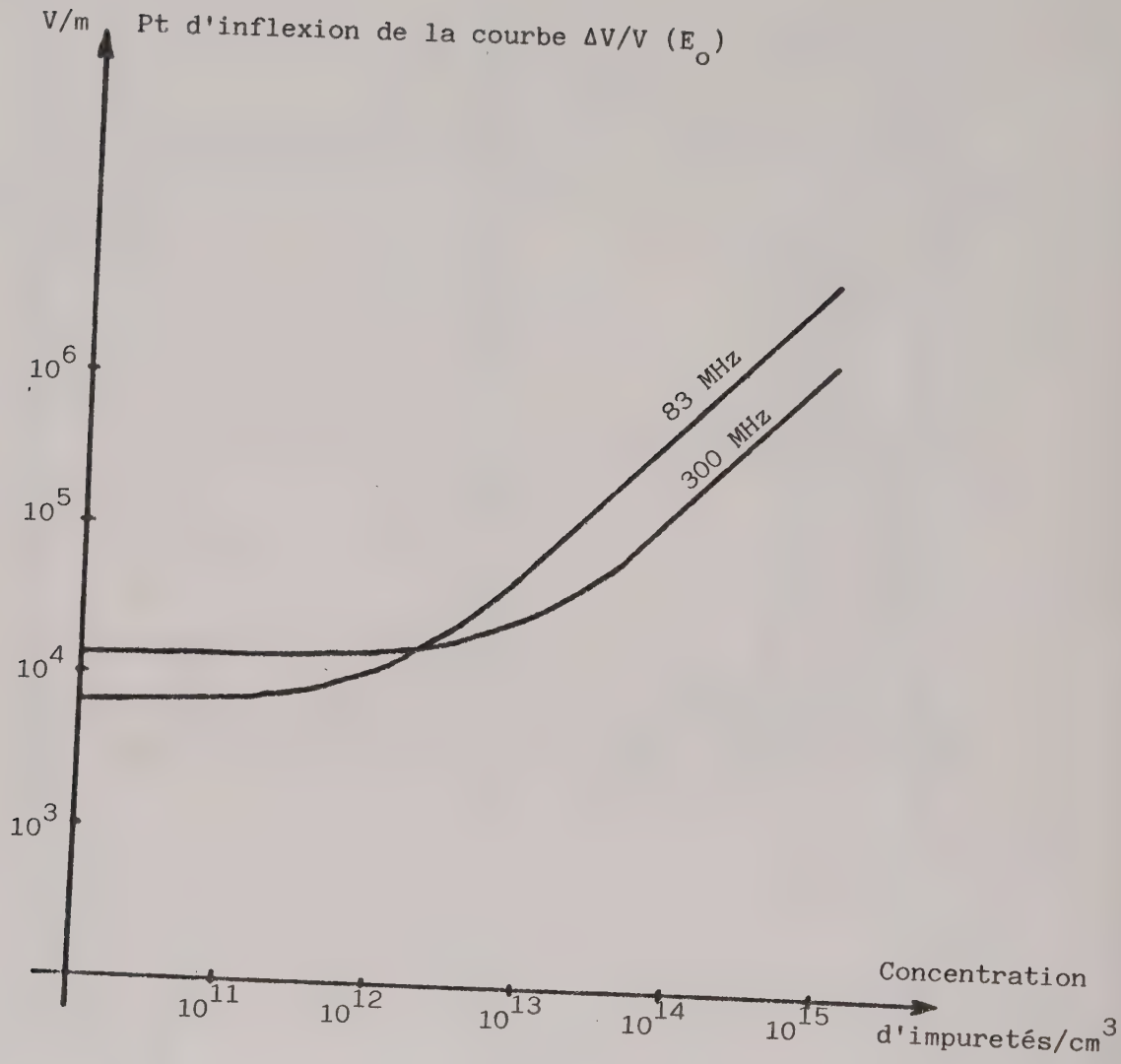

V/m
Pt d'inflexion de la courbe ΔV/V (E_o)
10^6
10^5
10^4
10^3
83 MHz
300 MHz
10^{11}
10^{12}
10^{13}
10^{14}
10^{15}
Concentration
d'impuretés/cm^3

Fig. C-17

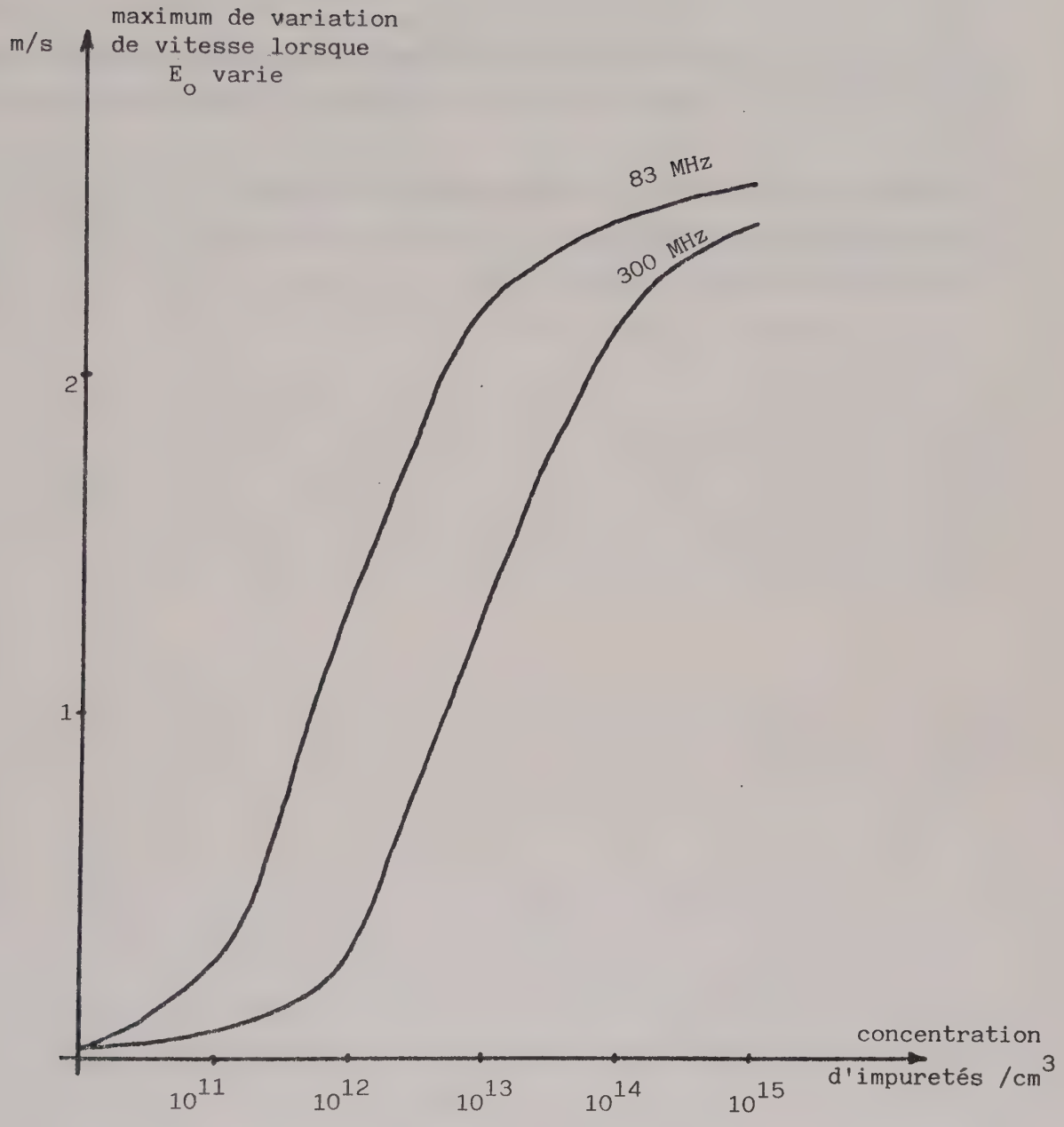

maximum de variation
de vitesse lorsque
E_o varie
m/s
83 MHz
300 MHz
2
1
concentration
d'impuretés /cm^3
10^{11}
10^{12}
10^{13}
10^{14}
10^{15}

Fig. C-18

IV - CONCLUSION

L'étude linéaire de l'interaction onde acoustique - électrons dans un matériau piézoélectrique semiconducteur soumis à un champ électrique continu montre qu'il est possible d'amplifier ces ondes ainsi que de modifier leur vitesse. L'application de champs continus situés entre 10^4 et 10^6 V/m permet d'obtenir des variations de vitesse de l'onde de Rayleigh de l'ordre de 2,5 m/s.

Toutefois de tels champs sont pratiquement importants. Une augmentation de la fréquence d'excitation permet de les rendre un peu moins importants mais diminue la modification de vitesse espérée.

D - CONCLUSION

Ce travail a permis de mettre au point un modèle rendant possible la détermination de la vitesse et de l'atténuation d'une onde élastique lorsqu'elle se propage dans un matériau semiconducteur. Si le modèle est simple dans le cas des ondes de volume, il devient beaucoup plus compliqué lorsqu'il s'agit d'ondes de surface, essentiellement en raison de l'existence de différents modes se propageant à la même vitesse et en raison du phénomène de diffusion des porteurs qui introduit une racine supplémentaire dans les équations.

Deux méthodes ont été présentées. L'une consiste à négliger cette racine supplémentaire et les limites de validité de cette approximation ont été déterminées, la seconde consiste à préciser la condition de charge nulle à la surface. Il s'agit là d'un type de condition limite qui peut être rencontré. Bien évidemment le problème serait légèrement différent dans d'autres cas de conditions aux limites.

Ce modèle permet donc de déterminer les densités pour lesquelles l'interaction entre l'onde de Rayleigh et les porteurs de l'arséniure de gallium est maximale, c'est-à-dire pour lesquelles un maximum de variation de vitesse est obtenu, soit en créant une zone de déplétion sur le trajet de l'onde à l'aide d'une composante perpendiculaire à ce dernier, soit en utilisant l'effet d'interaction à l'aide d'une composante longitudinale du champ, effet qui vient d'être présenté. Ceci devrait permettre de développer une nouvelle famille de dispositifs à ondes élastiques de surface tels que résonateurs, lignes à retard, oscillateurs déphaseurs, etc..., dont les caractéristiques pourraient être commandées par une tension extérieure.

D'autre part, l'association sur le même substrat de l'élément acoustique et des éléments semiconducteurs nécessaires aux fonctions électroniques devrait permettre de réaliser des dispositifs acoustoélectriques complètement intégrés.

BIBLIOGRAPHIE

1 - G. WEINREICH, "Acoustodynamic effects in semiconductors", Physical Review, vol. 104, n° 2, 1956.

2 - A.R. HUTSON, "Piezoelectricity and conductivity in ZnO and CdS", Physical Review Letters, vol. 4, n° 10, 1960.

3 - A.R. HUTSON & D.L. WHITE, "Elastic wave propagation in piezoelectricity semiconductors", Journal of Applied Physics, vol. 33, n° 1, 1962.

4 - A. VIKTOROV, "Rayleigh waves in cadmium sulfide crystals", Soviet Physics, Doklady, vol. 13, n° 2, 1968.

5 - A. VIKTOROV, "Rayleigh waves in gallium arsenide semiconductor piezoelectric crystals", Soviet Physics, Doklady, vol. 14, n° 7, 1970.

6 - S. SWIERKOWSKI, T. VAN DUZER, C.W. TURNER, "Amplification of acoustic waves in piezoelectric semiconductors", IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics, vol. SU-20, n° 3, 1973.

7 - A.K. GANGULY & G. CHAO, "Electronic control of the velocity and attenuation of surface acoustic waves in piezoelectric semiconductors", Applied Physics Letters, vol. 23, n° 11, 1973.

8 - H. KUZHANY, S.D. SINGH, H.I. KABELKA, "Propagation and amplification of Bleustein-Gulyaev waves in materials with strain-dependent dielectric constant", IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics, vol. SU-26, n° 2, 1979.

9 - A.R. HUTSON, J.H. Mc FEE & D.L. WHITE, "Ultrasonic amplification in CdS", Physical Review Letters, vol. 7, n° 6, 1961.

10 - D.L. WHITE, "Amplification of ultrasonic waves in piezoelectric semiconductors", Journal of Applied Physics, vol. 33, n° 8, 1962.

11 - VOIGT, "Lehrbuch der Kristallphysik", 1ère édition, 1910, Leipzig : Teubner (réédité en 1928).

12 - LORD RAYLEIGH, "On waves propagated along the plane surface of an elastic solid", Proceedings of the London mathematical Society, 17, 4-11, 1885.

13 - E. DIEULESAINT, D. ROYER, "Ondes élastiques dans les solides", édition Masson et Cie, 1974.

14 - S.M. SIZE, "Physics of semiconductor devices", Wiley international edition.

15 - S. LUDVIK & C.F. QUATE, "Amplification of surface shear-wave mode in GaAs", Journal of Applied Physics, vol. 43, n° 9, 1972.

16 - M. MICHEL, "Etude des propriétés thermiques des lignes à retard à ondes de surface", Thèse, 1977, Besançon.

17 - D. HAUDEN, "Etude des propriétés non linéaires des ondes élastiques de surface : applications aux oscillateurs et capteurs à quartz", Thèse, 1979, Besançon.

18 - G. JAILLET, "Ondes de surface sur substrats piézoélectriques ; étude et réalisation d'un capteur de températures", Thèse, 1981, Paris VI.

19 - E. DIEULESAINT, "Traitement de signaux électriques par des ondes élastiques de haute fréquence", Thèse, 1972, Paris VI.

20 - P. KIREEV, "La physique des semiconducteurs", Editions mir Moscou. 1975.

ANNEXE I

VALEURS PHYSIQUES CARACTERISTIQUES DE L'AsGa

1°) Masse volumique

$$\rho = 5{,}307 \text{ kg/m}^3$$

2°) Constantes élastiques

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix}$$

$$C_{11} = 11{,}88\ 10^{10} \text{ N/m}^2$$
$$C_{12} = 5{,}38\ 10^{10} \text{ N/m}^2$$
$$C_{44} = 5{,}94\ 10^{10} \text{ N/m}^2$$

3°) Constantes piézoélectriques

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & e_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{14} \end{bmatrix}$$

$$e_{14} = -\ 0{,}16 \text{ C/m}^2$$

4°) **Constantes diélectriques**

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{11} \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{11} = 9{,}73\ 10^{-11}\ F/m$$

5°) **Conductivité**

$$\begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{bmatrix}$$

avec : $\sigma = n\ e\ \mu$

n et μ varient suivant l'échantillon choisi

6°) **Diffusion**

$$\begin{bmatrix} D & 0 & 0 \\ 0 & D & 0 \\ 0 & 0 & D \end{bmatrix}$$

$$D = \frac{kT\mu}{q}$$

k constante de Boltzmann

T température en degrés Kelvin

q charge de l'électron